MASSIMIZZARE O NON MASSIMIZZARE? IL DILEMMA DELL'ECONOMIA MATEMATICA.

Roberto D'Angiò

Introduzione.

Questo paper richiama l'attenzione sulla circostanza (già notata da E. Silberberg nel 1978 e, in qualche misura, da F. Black nel 1987) secondo la quale in economia matematica l'assioma di massimizzazione (dell'utilità, o del profitto, da parte dell'agente economico) sarebbe contraddetto dai punti dello spazio delle merci che non sono punti di massimo (nei quali l'agente economico non massimizza affatto). In altre parole, l'economia matematica sarebbe sintatticamente inconsistente. Il paper mostra, tramite un dilemma, o paradosso, e cinque differenti prove di tale inconsistenza, che l'osservazione di Silberberg e Black è nella sostanza fondata, e ciò anche tenuto conto dell'assiomatizzazione di Debreu del 1959. Inoltre, il paper mostra (1) che tale inconsistenza ha un'origine metodologica tipicamente marshalliana e (2), partendo da alcune osservazioni di L. Wittgenstein, ne individua una specifica causa metodologica nell'incapacità dell'economia matematica di discriminare due nozioni contrastanti, la nozione di assioma (non logico) e quella di tautologia. Infine viene posto a confronto il ruolo dell'assioma di massimizzazione in economia matematica con il ruolo di alcuni assiomi di note teorie assiomatiche quali la termodinamica classica (Callen, 1960), la teoria della probabilità (Kolmogorov, 1933) e la geometria euclidea. Il primo paragrafo fornisce la prima prova della validità dell'osservazione di Silberberg e Black e dà, inoltre, dettagliate anticipazioni sul contenuto dei paragrafi successivi. Il lettore che lo desideri può passare direttamente dal primo paragrafo agli ultimi due. I restanti paragrafi hanno come prerequisito solo il secondo paragrafo e possono essere letti anche indipendentemente l'uno dall'altro.

Indice.

1. Il dilemma dell'economia matematica pag. 3

2. Logica ed economia matematica: ciò che le unisce, ciò che le divide pag. 8

3. Incoerenza logica ed economia matematica: un'analisi basata su alcune osservazioni logico-matematiche di L. Wittgenstein pag. 14

4. Incoerenza logica ed economia matematica: un'analisi basata su alcune osservazioni logico-linguistiche di L. Wittgenstein pag. 16

5. Incoerenza logica ed economia matematica: un'analisi della assiomatizzazione di G. Debreu pag. 22

6. Massimizzazione: assioma o tautologia? (Un'analisi basata su su alcune osservazioni logico-matematiche di L. Wittgenstein) pag. 27

7. Incoerenza logica ed economia matematica: l'assiomatizzazione di G. Debreu confrontata con note teorie assiomatiche pag. 35

8. Conclusione. Teoria economica e pensiero scientifico moderno pag. 39

- Bibliografia pag. 41
- Indice degli autori citati pag. 43
- Idice analitico pag. 44

1. Il dilemma dell'economia matematica.

"there can be false coins only where there are coins made of the proper material by the proper authorities"
G. Ryle, *Dilemmas*, 1954

"the language of the differential calculus - not its reasonings - are specially helpful to clear thought"
A. Marshall, *Principles of Economics*, 1920

"[I had a growing feeling...] that a good mathematical theorem dealing with economic hypotheses was very unlikely to be good economics"
A. Marshall, *Letter to Bowley*, 1906

La seguente proposizione M

[M] "l'agente economico (individuo o impresa) massimizza (utilità o profitto)"

è universalmente nota come il principale assioma su cui si fonda la teoria economica o economia matematica (questi due termini sono utilizzati d'ora in poi come sinonimi). Nelle trattazioni di teoria economica vengono mostrate al lettore le dimostrazioni (calcolo differenziale elementare, Lagrange, Kuhn e Tucker, ecc.) che darebbero le condizioni sotto cui (ovvero, che determinerebbero nello spazio delle merci i punti in cui)...l'assioma M di cui sopra sarebbe 'vero'. In effetti tali dimostrazioni, al di là delle differenti ipotesi su cui si basano, determinano i punti dello spazio delle merci in cui l'agente economico massimizza (i punti di massimo), sennonché per tale via determinano inevitabilmente anche i punti non di massimo dello spazio delle merci, cioè i punti in cui l'agente economico non massimizza affatto ed in cui l'assioma M è quindi 'falso'.

Tali dimostrazioni contraddicono dunque l'assioma M stesso e, come in sostanza già osservato da Silberberg (1978, pagg. 508-9) e, in qualche misura, da Black (1987, pag. 22), rendono quindi l'economia matematica logicamente incoerente o, con termine più tecnico, sintatticamente inconsistente (per questa ed altre nozioni di logica questo paper fa riferimento a Kleene 1952, 1967, Rogers, 1971, Stolyar, 1970, Carnap, 1958, Church, 1956, Whitehead e

Russell, 1910, oltre che ai *Remarks on the Foundations of Mathematics* ed al *Tractatus Logico-Philosophicus* di L. Wittgenstein).

Ciò non dovrebbe sorprendere: un assioma M, all'interno della teoria che su di esso si fonda, non può essere oggetto di dimostrazione o di analisi circa le condizioni, cioè le restrizioni, sotto cui l'assioma stesso avrebbe valore di verità 'vero' (i punti di massimo, nel nostro caso). Ciò perché se la teoria contemplasse al suo interno condizioni (restrizioni) circa la 'verità' del suo assioma M, allora contemplerebbe al suo interno inevitabilmente anche le condizioni sotto le quali lo stesso assioma sarebbe 'falso' (i punti non di massimo, nel nostro caso). Così facendo la teoria contraddirebbe il suo assioma M e sarebbe quindi logicamente incoerente.

Sfortunatamente, come si è visto, questo è proprio il caso dell'economia matematica e quanto sopra fornisce, quindi, la prima prova dell'incoerenza logica della stessa (altre quattro differenti prove saranno presentate nel corso del paper).

Come liberare allora l'economia matematica dalla sua incoerenza logica?

Le vie di uscita dall'incoerenza logica, come si vedrà infruttuose, che sono state proposte da Silberberg, 1978, e da Black, 1987, verranno considerate nel settimo paragrafo, mentre la via di uscita che sembra essere stata tentata da G. Debreu, 1959, verrà considerata a più riprese dal quinto paragrafo in poi. Inoltre nell'ultimo paragrafo (pagg. 39-40) la questione dell'incoerenza logica dell'economia matematica sarà collocata nel contesto più ampio dell'evoluzione storica di discipline quali la geometria, la matematica e la logica. Qui, in risposta alla domanda di cui sopra, si propongono subito due vie di uscita che liberano in modo del tutto naturale l'economia matematica dalla sua incoerenza logica. Sfortunatamente, tali vie di uscita risultano essere tanto illuminanti ed efficaci quanto drastiche ed impraticabili. Più che risolvere il problema, mettono in evidenza l'impossibilità di una sua soluzione. Mettono in evidenza quello che sarà qui chiamato "il dilemma, o il paradosso, dell'economia matematica".

Vediamo dunque di cosa si tratta. Ora, come si è già visto sopra, l'incoerenza logica dell'economia matematica è dovuta a ciò:

(α') che, se da una parte, per definizione, l'assioma M fornisce la ratio economica, ovvero dà il fondamento economico-teoretico alla massimizzazione matematica nell'ambito della teoria economica (calcolo differenziale elementare, Lagrange, Kuhn e Tucker, ecc.), dall'altra parte tale massimizzazione matematica (col determinare l'esistenza anche dei punti in cui l'agente economico non massimizza affatto) contraddice proprio quel fondamento (l'assioma M); e dunque:

(a′) la prima via di uscita dall'incoerenza logica consiste, ovviamente, nell'eliminare dall'economia matematica, le 'dimostrazioni' matematiche dell'assioma M. Purtroppo la struttura dell'economia matematica è tale che eliminare quelle dimostrazioni (e quindi le loro implicazioni) equivale ad eliminare, insieme all'incoerenza logica, pressoché per intero l'economia matematica stessa; allora:

(β′) la seconda via di uscita consiste, invece, nell'eliminare dall'economia matematica, il suo principale assioma M. Purtroppo eliminare il suo assioma principale equivale ad eliminare, insieme all'incoerenza logica, anche, e per definizione, la ratio economica ovvero il fondamento economico-teoretico di quelle dimostrazioni matematiche (dimostrazioni matematiche che ovviamente, qualora l'assioma M sia eliminato, non danno luogo ad incoerenza logica alcuna poiché, eliminato l'assioma di massimizzazione, i punti non di massimo non possono contraddirlo).

Ora, nel caso (a'), scomparsa l'economia matematica, non v'è più nulla da dire. Nei casi (α′) e (β′) emerge invece una stretta corrispondenza fra massimizzazione e irrazionalità, o assenza di razionalità, in economia matematica. Infatti, da una parte:

(α) per (α′), qualora la massimizzazione sia un assioma dell'economia matematica, come in effetti è, allora (pagg. 3-4) l'economia matematica alberga nel suo seno l'irrazionalità dell'incoerenza logica; dall'altra parte, invece:

(β) per (β′), qualora la massimizzazione non sia un assioma dell'economia matematica, allora alla massimizzazione matematica viene a mancare qualsiasi fondamento di razionalità economica nell'ambito dell'economia matematica (fondamento di razionalità che è precisamente ciò che l'assioma di massimizzazione aveva la funzione di assicurare - funzione che, del resto, è propria di qualsiasi assioma).

Dunque questo è il dilemma dell'economia matematica:

> [D] "Massimizzare cioè, per (α) e (β), non essere razionale, oppure essere razionale cioè, per (α) e (β), non massimizzare?".

Dilemma D di cui l'economia matematica potrebbe venire a capo solo che di esso vi fosse la consapevolezza metodologica. Quest'ultima circostanza è invece ben lontana dall'essere realizzata - quasi che l'autodefinirsi 'scienza del comportamento economico razionale' possa mettere l'economia matematica al riparo dall'incoerenza logica. Di fatto, a tutt'oggi, le

osservazioni di Silberberg, 1978, e Black, 1987, circa l'incoerenza logica dell'economia matematica sono state del tutto ignorate sia negli studi di economia matematica sia in quelli di filosofia o metodologia della scienza economica. Di qui l'origine di questo paper.

Al fine di contribuire a favorire l'acquisizione di tale consapevolezza metodologica, due sono gli obiettivi che questo paper si prefigge di perseguire. Il primo obiettivo consiste nel provare l'incoerenza logica dell'economia matematica (come già si è fatto alle pagg. 3-4 e come verrà fatto nei paragrafi successivi con altre quattro differenti dimostrazioni). Il secondo obiettivo consiste nell'individuare quelle concezioni metodologiche, tanto profondamente radicate quanto erronee, che hanno fatto sì che sin dalla sua nascita, poco più di un secolo e mezzo fa (Cournot, 1838), l'economia matematica abbia 'dimostrato', e tutt'oggi continui a 'dimostrare' - ed al tempo stesso, quindi, a rinnegare (a contraddire) - il suo principale...assioma.

Per quanto riguarda il primo obiettivo, oltre alla dimostrazione già data alle pagg. 3-4 precedenti, il paper dà nei prossimi due paragrafi altre due dimostrazioni dell'incoerenza logica della teoria economica, dimostrazioni che sono entrambe basate su alcune osservazioni logico-matematiche e linguistiche di L. Wittgenstein. Una quarta dimostrazione è data nel quinto paragrafo dove viene provata l'incoerenza logica della 'assiomatizzazione' di G. Debreu, 1959, utilizzando il suo stesso linguaggio insiemistico nonché fondamentali quanto elementari nozioni di logica simbolica. Infine una quinta dimostrazione dell'incoerenza logica della teoria economica è ottenuta nel settimo paragrafo (pagg. 37-9) sulla base di un confronto fra il ruolo dell'assioma di massimizzazione nell'archetipo dell'economia matematica contemporanea (la 'assiomatizzazione' di Debreu, 1959) ed il ruolo che gli assiomi hanno in teorie assiomatiche quali la termodinamica classica (Callen, 1960), la teoria della probabilità (Kolmogorov, 1933) e la geometria euclidea.

L'importanza del secondo obiettivo deriva dal profondo radicamento che, come evidenziato dai risultati di cui sopra, la seguente fallacia F ha in economia matematica:

> [F] "Uno spazio delle merci (o un insieme dei punti possibili) in cui vi sono <u>anche</u> punti nei quali l'agente economico <u>non</u> massimizza affatto (i punti non di massimo) è logicamente coerente con l'<u>assioma</u> che l'agente economico massimizzi".

Fortunatamente per l'economia matematica, l'incoerenza logica, o il paradosso, ha fatto la sua comparsa (in un certo senso ed in varie forme, come verrà meglio precisato nell'ultimo paragrafo) persino nella storia di discipline quali la geometria e la matematica. Tuttavia, diversamente dall'economia matematica, l'incoerenza o il paradosso si manifestò quando quelle discipline erano

già in uno stato abbastanza consolidato (relativamente alle varie epoche storiche) sia in termini di tecniche di calcolo applicabili sia in termini di successo nelle applicazioni.

E' invece peculiare dell'economia matematica ciò: che, come si è visto, tale incoerenza fosse chiaramente presente proprio nel principio di fondo dell'economia matematica sin dalla sua nascita poco più di un secolo e mezzo fa e senza che, successivamente, si sia manifestato alcun successo nella messa a punto di tecniche di calcolo applicabili, o nella loro applicazione, che sia paragonabile anche solo lontanamente a quello delle due suddette discipline.

Di qui l'importanza del secondo obiettivo che questo paper si prefigge di perseguire, cioè individuare quelle concezioni metodologiche, tanto profondamente radicate quanto erronee, che, in tutta evidenza, hanno fatto premio sull'approccio analitico ed hanno dato verosimiglianza scientifica alla fallacia F di cui sopra.

A questo proposito il paper nel quinto e sesto paragrafo individua due principali concezioni metodologiche all'origine dell'incoerenza logica della teoria economica, tutte e due riconducibili, come si vedrà, ad una comune matrice metodologica, quella dei *Principles of Economics* di A. Marshall - matrice metodologica che, al di là delle apparenze e dei superficiali distinguo ('equilibrio' parziale, 'equilibrio' generale, ecc.), tutt'oggi informa di sé la struttura di fondo dell'economia matematica.

Prima di procedere oltre, qui di seguito è esposto in estrema sintesi ciò che caratterizza e differenzia fra loro le prossime quattro prove dell'incoerenza logica dell'economia matematica.

Seconda prova (paragrafo 3). Ricalca la prima prova (pagg. 3-4) ma è più generale, od astratta, in quanto, seguendo Wittgenstein, prescinde dal considerare la causa che dà luogo alla contraddizione dell'assioma M, cioè se questa sia dovuta a restrizioni alla 'verità' dell'assioma derivanti dall'averlo 'dimostrato' matematicamente all'interno della teoria o se invece sia dovuta ad altro errore logico o ad altra fallace concezione metodologica.

Terza prova (paragrafo 4). Si basa sull'applicazione di un risultato dell'analisi del linguaggio ordinario che Wittgenstein ha esposto in *A Lecture on Ethics* ed ha applicato, fra l'altro, in *The Blue Book* e nelle *Philosophical Investigations*. Tramite il risultato di Wittgenstein è analizzato l'uso contraddittorio che nell'assiomatizzazione di Debreu, 1959, è fatto del termine 'scegliere' in relazione all'assioma di massimizzazione.

Quarta prova (paragrafo 5). Si tratta sostanzialmente dell'approccio già seguito nella seconda prova, ma con la differenza che questa volta la dimostrazione è condotta utilizzando il medesimo linguaggio insiemistico usato da Debreu nella sua 'assiomatizzazione' del 1959. Questa prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica è condotta in modo da renderne evidente

l'effetto, cioè che in economia matematica si può dimostrare sia una proposizione qualsiasi sia, quindi, la sua negazione.

Quinta prova (paragrafo 7). Viene messo a confronto il ruolo che l'assiomatizzazione di Debreu assegna all'assioma di massimizzazione M, con il ruolo degli assiomi di note teorie assiomatiche quali la termodinamica classica (Callen, 1960), la teoria della probabilità (Kolmogorov, 1933) e la geometria euclidea. Assumendo valido il ruolo che l'assioma M ha nell'archetipo dell'economia matematica contemporanea (Debreu, 1959), si mostra, *per assurdo*, che se si assegnasse tale ruolo, mutatis mutandis, agli assiomi delle suddette tre teorie assiomatiche, esso le renderebbe tutte e tre logicamente incoerenti.

2. Logica ed economia matematica: ciò che le unisce, ciò che le divide.

> "after all, not everything can be prooved, but every proof in turn presupposes unprooved principles"
>
> E. Zermelo, 1908

> "as is well known, everything can be prooved from contradictory premisses"
>
> E. Zermelo, 1908

Prima di passare a considerare le altre quattro prove dell'incoerenza logica dell'economia matematica, questo paragrafo espone brevemente tre nozioni (e due notazioni) di logica che sono più tecniche di quelle, tutto sommato intuitive, sinora incontrate e che sono rilevanti per le questioni trattate nel paper. A questo proposito va precisato che, in quanto precede e seguirà, la terminologia ed il formalismo logico sono stati ridotti al minimo indispensabile ed in modo tale che entrambi risultino comprensibili anche per chi non abbia familiarità con essi o con questioni di logica simbolica sia pure elementari (ciò al costo di alcune semplificazioni e ridondanze che in altri contesti non sarebbero appropriate).

La prima nozione tecnica riguarda la distinzione (che risale ad Euclide) fra assiomi logici ed assiomi non logici (o extralogici, o postulati) di una teoria assiomatica. La seconda nozione riguarda la deducibilità, o dimostrabilità, incondizionata degli assiomi in una teoria assiomatica. Si tratta, come si vedrà, della dimostrazione circolare di un assioma - legittima in logica - che si contrappone all'illegittima 'dimostrazione' contradditoria di un assioma vista alle pagg. 3-4. La

terza nozione è legata alle due notazioni di logica simbolica che verranno qui introdotte e riguarda il principio logico di non contraddizione. Tali nozioni, tra l'altro, permetteranno di mettere in evidenza, sotto forma di paradosso, ciò che acccomuna logica ed economia matematica e ciò che le contrappone.

Per 'assiomi' di una teoria assiomatica in logica si intendono:

(1) sia gli assiomi logici, cioè gli assiomi sui quali la logica stessa si fonda e che sono quindi comuni a tutte le principali teorie scientifiche, ovvero, tipicamente, gli assiomi della logica proposizionale e dei predicati del primo ordine (si veda p. es. Kleene, 1967 pagg. 33, 387, Church, 1956, pag. 57, Rogers, 1971);

(2) sia gli assiomi non logici (o extralogici, o postulati), cioè gli assiomi che sono specifici di ciascuna particolare teoria, quali ad esempio gli assiomi della termodinamica classica (Callen, 1960), del calcolo delle probabilità (Kolmogorov, 1933), delle geometrie euclidea e non, dell'economia matematica (ad esempio l'assioma di massimizzazione M), ecc. (si veda Kleene, 1967 pagg. 33, 387, Church, 1956, pag. 57, Rogers, 1971, Carnap, 1958).

Poiché in questo paper non è in discussione la logica stessa, con il termine 'assioma' si fa riferimento esclusivamente (salvo esplicite eccezioni) agli assiomi non logici di una teoria assiomatica.

Per quanto riguarda la seconda nozione tecnica, vi è un senso tecnicamente ovvio (e coerente con quanto già visto alle pagg. 3-4) secondo cui gli assiomi di una teoria assiomatica sono incondizionatamente (ovvero senza restrizioni di sorta alla loro 'verità') sempre deducibili o dimostrabili nella teoria stessa (Rogers, 1971). Casi tipici, quanto ovvi, di tale dimostrabilità o deducibilità incondizionata sono i seguenti (fra parentesi quadrate è indicata la simbologia logica corrispondente):

"l'assioma M implica l'assioma M" [$M \supset M$],

"gli assiomi M ed N implicano l'assioma M" [$M \wedge N \supset M$],

"gli assiomi M ed N implicano l'assioma N" [$M \wedge N \supset N$]

e così di seguito per più di due assiomi.

Tale deducibilità o dimostrabilità incondizionata (che, come è evidente, non ha nulla a che vedere con le 'dimostrazioni' contraddittorie dell'assioma M di cui s'è detto alle pagg. 3-4) è dovuta al fatto, più generale e tecnicamente ovvio, che ogni congiunzione di proposizioni - nel nostro caso di assiomi - implica sempre (incondizionatamente, ovvero senza restrizioni di sorta)

una qualsiasi delle proposizioni stesse - uno qualsiasi degli assiomi. (Carnap, 1958 teorema T8-2 E (b) pag. 27, Kleene, 1967 teorema 13 pag. 44 e assiomi (4a) e (4b) pag. 387, teorema 9 (i) pag. 37, esercizi 9.8 pag. 39 e 10.5 pag. 43).

Né potrebbe essere altrimenti, ché, se una nozione non contraddittoria di deducibilità, o di dimostrabilità, deve valere per gli assiomi, tale nozione allora non può che essere (anche alla luce di quanto visto alle pagg. 3-4) proprio quella di deducibilità incondizionata (senza restrizioni di sorta alla 'verità' degli assiomi), ovvero di deducibilità (circolare) degli assiomi da sé medesimi (a questa ovvia accezione di dimostrabilità o deducibilità degli assiomi, salvo esplicite eccezioni, non si farà ulteriore riferimento in questo paper).

Vediamo ora le due notazioni di logica simbolica su cui si basa la terza nozione (il principio di non contraddizione) e come tutto ciò sia collegato alla questione centrale dell'incoerenza logica (o inconsistenza sintattica) dell'economia matematica quale emerge dall'analisi presentata nel primo paragrafo e nei seguenti.

A questo proposito qui si richiama l'attenzione sul fatto che in questo paper una proposizione M e la sua negazione ~M sono da pensarsi tipicamente come 'abbreviazioni' rispettivamente delle due formule:

[M] $\forall x\ M(x)$ [si legge: "per ogni $x \in I$, x ha la proprietà *M*"]

[~M] $\exists x\ {\sim}M(x)$ [si legge: "per almeno un $x \in I$, x non ha la proprietà *M*"]

dove l'insieme $I \neq \emptyset$ è il dominio della variabile x.

Con riferimento alla simbologia ora introdotta, salvo diverso contesto o indicazione, in questo paper tipicamente si ha che:

(1) l'insieme I indica lo spazio delle merci o, se si preferisce, l'insieme dei punti possibili o realizzabili per l'agente economico;

(2) 'x' (ovvero 'y', 'z', ecc.) indica un qualsiasi punto $x \in I$;

(3) il simbolo *M*(x) indica la seguente proprietà che ciascun $x \in I$ possiede o non possiede:

> [*M*(x)] "x è un punto dello spazio ecc. in cui l'agente economico massimizza (ovvero, x è un punto di massimo)"

e, per (1)-(3), di conseguenza si ha che:

(4) la proposizione M è l'assioma M di pag. 3, ovvero:

> [M] "ogni punto dello spazio delle merci (o dell'insieme dei punti possibili) è un punto in cui l'agente economico massimizza, (ovvero ogni punto è un punto di massimo e l'insieme dei punti non di massimo è dunque l'insieme vuoto)", cioè:
>
> $$M=I, \quad M'=\emptyset \text{ con } M'=I-M$$

(dove M indica l'insieme dei punti di massimo e l'insieme differenza M' indica l'insieme dei punti di non di massimo), ed inoltre si ha che:

(5) la proposizione ~M è la seguente:

> [~M] "almeno un punto dello spazio delle merci (o dell'insieme dei punti possibili) è un punto in cui l'agente economico non massimizza (ovvero, l'insieme dei punti non di massimo non è vuoto)", cioè:
>
> $$M\subset I, \quad M, M'\neq\emptyset \text{ con } M'=I-M.$$

Come risulta evidente dalla loro versione insiemistica in (4) e (5), le due proposizioni M e ~M, ovvero le due formule di cui sono le 'abbreviazioni', sono fra loro <u>incompatibili</u>. La seconda delle due formule di cui sopra è in effetti la <u>negazione</u> della prima (e viceversa), cioè:

$$\exists x \sim M(x) \equiv \sim(\forall x\, M(x))$$

(Carnap, 1958 teoremi T13-5 (a) pag. 54 e T14-2 (a1) pag. 58, Kleene, 1967 teorema 20 (82a) pag. 100). Ciò detto, d'ora in poi verranno impiegati esclusivamente i simboli M e ~M, risultando dal contesto quando essi indichino in forma 'abbreviata' le due formule di cui sopra e quando invece indichino altre proposizioni o, più in generale, proposizioni qualsiasi.

A proposito della negazione non è fuori luogo qui ricordare che, per la sintassi del segno di negazione '~', <u>soltanto</u> due combinazioni di valori di verità sono possibili per una qualsiasi proposizione M e la sua negazione ~M, e precisamente le due combinazioni:

M 'vero', ~M 'falso',

M 'falso', ~M 'vero'.

Da ciò allora segue immediatamente che la proposizione:

M (‘vero’) e ~M (‘vero’)

cioè M ∧ ~M (‘vero’)

in logica è una proposizione incondizionatamente ‘falsa’. Si tratta di un elementare teorema della logica che è dimostrato dalla seguente tavola di verità della proposizione (chiamiamola C) M ∧ ~M:

M	~M	[C]	M ∧ ~M
vero	falso		falso
falso	vero		falso

(si veda Whitehead e Russell, 1910 ∗3.24, Wittgenstein, TLP 446, Carnap, 1958 teorema T8-1 (c) pag. 26 e Kleene, 1967 teorema 2 (50) pag. 17).

Tale risultato, che dipende ovviamente dalla sintassi del segno di congiunzione ‘∧’, si può spiegare informalmente come segue: la proposizione C è ‘falsa’ perché, per la sintassi del segno di negazione ‘~’, è falso che sia possibile la combinazione di valori di verità M ‘vero’ e ~M ‘vero’ ed è incondizionatamente ‘falsa’ perché ciò è falso sotto tutte le combinazioni di valori di verità che in effetti sono possibili (ovvero, perché ciò è falso sia che in effetti M sia ‘vera’ sia che in effetti M sia ‘falsa’).

In logica la proposizione incondizionatamente ‘falsa’ C si dice che è una contraddizione e si dice principio di non contraddizione la proposizione incondizionatamente ‘vera’ ~C:

[~C] ~(M ∧ ~M)

(che è anche detta “law of denial of contradiction”, Kleene, 1967 teorema 2 (50) pag. 17, o “law of contradiction”, Whitehead e Russell, 1910 ∗3.24, Church, 1956 pag. 146).

Una teoria assiomatica che asserisca la proposizione C (cioè che assegni a C valore di verità ‘vero’) assegna necessariamente valore di verità ‘falso’ al principio di non contraddizione ~C. Una teoria assiomatica che contraddica il teorema della logica che stabilisce il valore di verità di C, ovvero che contraddica il teorema che stabilisce il valore di verità di ~C, si dice che è logicamente incoerente o sintatticamente inconsistente (per una definizione equivalente di inconsistenza sintattica si veda pag. 13).

Come si vedrà, da ciascuna delle prossime quattro dimostrazioni dell'incoerenza logica dell'economia matematica emerge che l'economia matematica asserisce la contraddizione C di cui sopra (cioè le assegna valore di verità 'vero'); proposizione C che, come si è visto, è invece incondizionatamente 'falsa'. Donde l'incoerenza logica dell'economia matematica. (Come è evidente, l'asserzione della contraddizione C emerge anche dalla prima prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica di cui alle pagg. 3-4).

Ovviamente tutto ciò presuppone che gli assiomi della logica siano gli assiomi logici dell'economia matematica. Comunque sia, è immediato che, alla luce di quanto precede, il dilemma D dell'economia matematica assume la forma del seguente paradosso P:

> [P] "Se l'economia matematica condivide con la logica gli assiomi logici, allora l'economia matematica contraddice la logica; se invece non li condivide, allora l'economia matematica - la scienza del comportamento economico razionale - è estranea alla logica".

Naturalmente asserire la contraddizione C è controindicato in quanto, per un elementare teorema della logica, una contraddizione implica qualsiasi proposizione (si veda Carnap, 1958 teoremi T8-2 E (c) pag. 27 e T6-15 pag. 23, oppure Kleene, 1967 esercizio 12.7 pag. 50, pag. 35, teorema 9 (i) pag. 37, esercizi 9.8 pag. 39 e 10.5 pag. 43, pag. 69). In altri termini, qualsiasi proposizione (e quindi anche la sua negazione) è un teorema in una teoria assiomatica logicamente incoerente; col che una tale teoria, avendo per teoremi simultaneamente tutte le proposizioni (comprese le loro negazioni), non darebbe alcuna informazione - non sarebbe una teoria - e le sue asserzioni sarebbero completamente fuori controllo. Una situazione di questo tipo è usata in logica proprio per caratterizzare, per definire, l'incoerenza logica (o inconsistenza sintattica) di cui sopra s'è detto (Carnap, 1958 pagg. 23, 173, Church, 1956, 108, Zermelo, 1908, pag. 189).

(E' sorprendente come, in economia matematica e nell'utilitarismo, la proposizione M di massimizzazione possa essere stata equivocata - e ancora oggi lo sia - per una proposizione spiccatamente 'logica', 'razionale', ecc. In realtà tale proposizione, in quanto assioma, è soltanto un assioma non logico, o se si vuole extralogico, che pertanto di per sé non è più 'logico' o 'razionale' di quanto non lo sia un qualsiasi altro assioma non logico, economico o no, quale ad esempio il secondo postulato della termodinamica classica, il secondo postulato della meccanica di Newton, il quinto postulato di Euclide o la sua negazione, ecc. In altri termini, in economia

matematica e nell'utilitarismo si incorre in un errore analogo a quello che in passato si commetteva nell'identificare la matematica con la logica. Ora, una cosa sono gli assiomi della logica - Kleene, 1967 pagg. 33, 387 - altra cosa sono gli assiomi non logici (o postulati), ad esempio, dell'aritmetica di G. Frege o G. Peano, della teoria assiomatica degli insiemi di Neumann-Bernays, o di Zermelo-Fraenkel o di A. P. Morse, ecc. Se si pensa poi alle geometrie euclidea e non, sembra proprio che, per l'economia matematica e l'utilitarismo, studiosi quali F. K. Gauss, J. Bolyai, N. I. Lobacevskij, E. Beltrami, F. Klein ed H. Poincaré siano passati tra di noi invano. Naturalmente, vi è poi un elemento in più che divide la logica dall'economia matematica, che quest'ultima - proprio grazie alla 'massimizzazione' - è logicamente incoerente).

3. Incoerenza logica ed economia matematica: un'analisi basata su alcune osservazioni logico-matematiche di L. Wittgenstein.

"An opponent's argument will be distroyed,
if his premises are shown to be inconsistent"
S. C. Kleene, 1967

In questo paragrafo si dà la seconda dimostrazione dell'incoerenza logica dell'economia matematica, dimostrazione che utilizza, fra l'altro, alcune semplici considerazioni di L. Wittgenstein tratte dai *Remarks on the Foundations of Mathematics* e dal *Tractatus Logico-Philosophicus* (opere indicate in quanto segue con le abbreviazioni in uso internazionalmente, cioè rispettivamente con RFM e TLP).

La dimostrazione presentata in questo paragrafo ricalca quella della prima prova (pagg. 3-4) ma è più generale, od astratta, in quanto, seguendo Wittgenstein, prescinde dal considerare la causa che dà luogo alla contraddizione dell'assioma M, cioè se questa sia dovuta a restrizioni alla 'verità' dell'assioma derivanti dall'averlo 'dimostrato' matematicamente all'interno della teoria (come si è visto nella prima prova) o se invece il valore di verità 'falso' dell'assioma sia ammesso nella teoria senza 'dimostrazione' alcuna ed a causa, invece, di restrizioni alla 'verità' dell'assioma introdotte per altro errore logico o altra fallace concezione metodologica. Naturalmente, come si è già detto, col termine 'assioma' si fa riferimento esclusivamente (salvo esplicite eccezioni) agli assiomi non logici di una teoria assiomatica.

Vediamo dunque la seconda dimostrazione dell'incoerenza logica dell'economia matematica.

Secondo Wittgenstein un assioma è "a proposition which it is supposed to be impossible to imagine as other than true [all'interno della teoria assiomatica che su di esso si fonda]" (Wittgenstein, RFM III 4) dove l'enfasi non è tanto sul valore di verità 'vero' postulato per l'assioma, quanto sul fatto che il valore di verità di un assioma è fissato una volta per tutte, incondizionatamente, in tutta la teoria assiomatica (quindi, da questo punto di vista, nella precedente citazione la parola "true" potrebbe essere rimpiazzata da "false").

Dunque, dall'interno di una teoria assiomatica non si può dire circa quanto asserito da un suo assioma M: "This could be imagined otherwise" o "We can imagine the opposite too", Wittgenstein, RFM III 4. In altre parole, dall'interno di una teoria assiomatica fondata su un assioma M non si può assegnare all'assioma M anche valore di verità 'falso' (ovvero, anche asserire la proposizione ~M) qualora il valore di verità fisso, incondizionato, della proposizione M, in quanto assioma, sia 'vero'. E ciò perché altrimenti la teoria asserirebbe la contraddizzione C, cioè $M \wedge \sim M$, che, come si è mostrato (pagg. 11-3), è invece incondizionatamente 'falsa'. Per quanto già si detto alla fine del paragrafo precedente, tale teoria assiomatica sarebbe allora logicamente incoerente

Ora, la proposizione M (pag. 3), in quanto assioma dell'economia matematica, consiste quindi in ciò:

(i) che per tale proposizione non vi può essere alcuna condizione (restrizione) alla sua 'verità' in economia matematica, e di conseguenza:

(ii) (si veda anche pag. 11) che:

> [M] "l'agente economico massimizza incondizionatamente, sempre e comunque, in qualsiasi punto dello spazio delle merci (o dell'insieme dei punti possibili) - spazio o insieme che risulta così privo di punti non di massimo; ovvero per l'agente economico l'insieme dei punti non di massimo è l'insieme vuoto e, quindi, tutti i punti dello spazio delle merci (o dell'insieme dei punti possibili) non possono che essere punti di massimo".

E poiché la proposizione M è l'assioma di massimizzazione dell'economia matematica, allora si ha che:

(1) l'asserzione teoretica secondo cui nello spazio delle merci (o nell'insieme dei punti possibili) vi sarebbero anche punti in cui l'agente economico non massimizza affatto (punti non di massimo) è l'asserzione che, oltre all'assioma M, ha valore di verità 'vero', in economia matematica, anche la proposizione ~M - è l'asserzione teoretica della proposizione M $\wedge$ ~M; sennonché, per quanto visto alle pagg. 11-3 e 15, si ha allora che:

(2) l'asserzione di M $\wedge$ ~M contraddice il teorema della logica simbolica che prova che M $\wedge$ ~M è incondizionatamente 'falsa' e dunque si ha che:

(3) l'economia matematica è logicamente incoerente.

Con quanto precede si è dunque data la seconda prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica o teoria economica che dir si voglia.

Il prossimo paragrafo dà la terza prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica. La dimostrazione si basa sull'applicazione di un risultato dell'analisi del linguaggio ordinario che Wittgenstein ha esposto in *A Lecture on Ethics* ed ha applicato, fra l'altro, in *The Blue Book* e nelle *Philosophical Investigations*. Tramite il risultato di Wittgenstein, è analizzato l'uso contraddittorio che nell'assiomatizzazione di Debreu, 1959, è fatto del termine 'scegliere' in relazione all'assioma di massimizzazione. L'analisi mette di nuovo in luce l'asserzione, in economia matematica, della contraddizione M $\wedge$ ~M.

4. Incoerenza logica ed economia matematica: un'analisi basata su alcune osservazioni logico-linguistiche di L. Wittgenstein.

"An axiom...is a different part of speech"
L. Wittgenstein, RFM III 5

Questo paragrafo presenta la terza dimostrazione dell'incoerenza logica dell'economia matematica. Questa dimostrazione è del tutto differente dalle due precedenti in quanto, come già anticipato, si basa sull'applicazione di un risultato dell'analisi del linguaggio ordinario che Wittgenstein ha esposto in *A Lecture on Ethics* e applicato, fra l'altro, in *The Blue Book* e nelle *Philosophical Investigations* (abbreviazioni LE, BB e PI rispettivamente). Inoltre, come si vedrà, sostanzialmente allo stesso risultato di Wittgenstein arrivò, successivamente ed in modo indipendente, anche se molto meno preciso, C. L. Stevenson in *Ethics and Language*.

Questa terza dimostrazione viene qui sviluppata prima informalmente e poi insiemisticamente.

Vediamo dunque la versione informale della terza dimostrazione dell'incoerenza logica dell'economia matematica.

Si potrebbe pensare di asserire la seguente versione dell'assioma M di pag. 3 (versione che, come si vedrà, è in effetti asserita in economia matematica da parte di G. Debreu):

> [M] "l'agente economico massimizza sempre e comunque, qualsiasi punto egli scelga nello spazio delle merci o nell'insieme dei punti possibili".

Tuttavia bisogna essere consapevoli che per quanto riguarda il termine 'scegliere' vi è qui un abuso di linguaggio (un abuso del linguaggio ordinario). Infatti, qui, il termine 'scegliere' perde il significato che ha nell'uso ordinario dove 'scegliere' presuppone che scegliere sia, appunto, possibile. Qui invece (diciamo, nell'uso assiomatico del termine 'scegliere'), la possibilità di scelta dei punti non di massimo è dichiarata incondizionatamente...impossibile e, quindi, inevitabilmente anche la 'scelta' dei punti di massimo lo è. Infatti, nel caso dell'assioma M, non essendovi punti non di massimo, qualsiasi scelta fra punti non di massimo e di massimo è impossibile: non vi è spazio per l'uso ordinario del termine 'scegliere', bensì solo per il suo uso assiomatico. Si noti però che, nonostante l'abuso di linguaggio, dal punto di vista della coerenza logica nessun inconveniente deriva dall'uso del solo significato assiomatico di 'scegliere' nell'assioma M, il quale assioma resta di fatto immutato, ovvero resta di fatto lo stesso di pag. 2.

Ben diverse sono invece le conseguenze dell'uso (o dell'inserimento) del termine 'scegliere' nell'assioma di massimizzazione M qualora simultaneamente si postuli che nello spazio delle merci (nell'insieme dei punti possibili) vi siano anche punti in cui l'agente economico non massimizza affatto (i punti non di massimo). In tal caso si verrebbe ad asserire la versione qui sotto enunciata della contraddizione C (pagg. 11-3), versione che, come si vedrà, è in effetti asserita in economia matematica da parte di G. Debreu. Si tratta della seguente versione della contraddizione C

> [C] "pur esistendo nello spazio delle merci (o nell'insieme dei punti possibili) anche punti in cui l'agente economico non massimizza affatto [~M], egli massimizza sempre e comunque ossia non sceglie mai i punti non di massimo [assioma M]".

Ad una lettura superficiale, questa versione della contraddizione C sembrerebbe riuscire a conciliare l'inconciliabile, cioè a:

> conciliare l'esistenza dei punti in cui l'agente economico non massimizza [~M], con l'assioma che l'agente economico massimizzi [M].

In altre parole, tale versione della contraddizione C sembrerebbe riuscire a...'razionalizzare' la contraddizione C medesima. In realtà tale versione, con ~M, ammette l'esistenza anche dei punti in cui l'agente economico non massimizza e, quindi, ammette la possibilità di 'scegliere' gli stessi (uso o significato ordinario di 'scegliere'), ma simultaneamente, con l'assioma M, afferma che tali punti non di massimo non possono mai, incondizionatamente, essere 'scelti' (uso o significato assiomatico). Dunque, diversamente che nella versione dell'assioma M di pag. 17, il termine 'scegliere' è usato qui simultaneamente (e nella medesima occorrenza) sia nel suo significato ordinario sia nel suo significato assiomatico. Sennonché, come si è visto, il significato assiomatico distrugge, rinnega, contraddice il significato ordinario, donde la contraddittorietà della versione qui considerata della proposizione C.

In conclusione la presenza di entrambi gli usi del termine 'scegliere' fa sì che la proposizione C, anche in questa versione, resti di fatto immutata, resti una contraddizione. (Naturalmente che la proposizione C, senza l'inserimento del termine 'scegliere' nell'assioma M, fosse una contraddizione e che fosse una proposizione dell'economia matematica, lo si è già visto con altre argomentazioni nella prima e seconda prova, argomentazioni dalle quali qui si prescinde del tutto).

Sfortunatamente, la versione sopra considerata della proposizione C è proprio una delle proposizioni che sono asserite nell'archetipo dell'economia matematica contemporanea, ovvero nell'assiomatizzazione di Debreu del 1959. Infatti, secondo tale assiomatizzazione, per l'agente economico l'insieme dei punti in cui egli non massimizza affatto (l'insieme dei punti non di massimo) non è vuoto (Debreu, 1959 pagg. 44, 66-7, 80) e dunque tali punti possono essere 'scelti' (uso ordinario). Simultaneamente, tuttavia, tale assiomatizzazione non ammette altra possibilità che quella secondo cui:

> [M] "[l'agente economico] chooses [a point, sceglie un punto] so as to maximize" (Debreu, 1959 pag. 43),

ovvero i punti non di massimo non possono mai, incondizionatamente, essere 'scelti' (uso assiomatico). Dunque, l'assiomatizzazione di Debreu, ovvero l'archetipo dell'economia matematica contemporanea, è logicamente incoerente a causa della contraddizione tra i due opposti usi del termine 'scegliere' che compare nella versione di cui sopra della proposizione C.

Con quanto precede si è dunque data la terza prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica. Ne viene data ora la versione insiemistica che, ove non fosse già chiaro, mette tra l'altro in evidenza.che la distinzione fra uso assiomatico e uso ordinario di un termine non è legata all'interpretazione del significato di uno specifico termine ('scegliere', nel nostro caso). Infatti, ad esempio quanto, segue:

> "Orders are sometimes not obeyed. But what would it be like if no orders were ever obeyed? The concept of 'order' [e di obbedire] would have lost its purpose" (Wittgenstein, PI I 345)

illustra altrettanto bene (quanto il caso dei "punti non di massimo che non possono essere mai scelti") come l'uso assiomatico di un termine distrugga, rinneghi, o contraddica l'uso ordinario senza che ciò sia legato all'interpretazione del significato del termine stesso. Comunque, tale indipendenza dall'interpretazione risulta inequivocabilmente dalla seguente versione insiemistica della terza prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica.

Si denoti con $S(x)$ la seguente proprietà che ciascun $x \in I$ possiede o non possiede:

[$S(x)$] "$x \in I$ può essere s"

con s='scelto' e I, M, ecc. come alle pagg. 10-1. Inoltre si denoti con $R(S)$ il range della , proprietà $S(x)$ ovvero:

[$R(S)$] "l'insieme degli $x \in I$ per cui $S(x)$ ha valore di verità 'vero'"

(Carnap, 1958 pag. 44). Ora, il range $R(S)$ è tale che:

(i) nell'uso assiomatico (proposizione M, pag. 17):

$$R(S)=M=I \quad (M \cap M'=\emptyset), \text{ con } M'=\emptyset,$$

(ii) nell'uso ordinario (prima parte della proposizione C, pag. 17):

$$R(S)=M\cup M'=I \quad (M\cap M'=\emptyset),\ \text{con } M,\ M'\neq\emptyset,$$

(iii) in presenza di entrambi gli usi (proposizione C, pag. 18): per (ii), esiste almeno un $x\in I$ tale che:

$$(*) \qquad x\in M'\cap R(S)\neq\emptyset,$$

sennonché per $M\cap M'=\emptyset$ (da (i)-(ii)) e per $R(S)=M$ (da (i)) si ottiene:

$$(**) \qquad M'\cap R(S)=\emptyset$$

che contraddice la formula (*) precedente. Risultato questo che è ovviamente indipendente dalla specifica interpretazione dei simboli *S*, x, s, I, M, ecc. E con ciò si conclude la versione insiemistica della terza prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica.

Se poi si bada all'interpretazione delle due ultime, contraddittorie, formule insiemistiche (*) e (**), allora la formula (*) asserisce che i punti non di massimo esistono e si possono scegliere; al contrario la formula (**) asserisce che detti punti non si possono mai 'scegliere' e quindi che solo i punti di massimo si possono 'scegliere' - proprio come se i punti non di massimo non esistessero, proprio come nel caso (i) in cui i punti non di massimo non esistono. Come si vede l'inserimento nell'assioma M del termine 'scegliere' con i suoi due usi contraddittori, assiomatico ed ordinario, ha pertanto il ruolo meramente retorico di 'attenuare' gradatamente fino a rendere 'impercettibile' e, quindi, 'accettabile', l'ormai nota contraddizione C (pagg. 11-3, 15-6) per la quale i punti non di massimo non esistono (assioma M) e, tuttavia, esistono (proposizione ~M). Ed il termine 'scegliere' adempie a tale ruolo al costo di generare, come si è sopra dimostrato insiemisticamente, un'ulteriore contraddizione in economia matematica - la contraddizione che consiste nell'asserire simultaneamente le due formule (*) e (**) che sono una la negazione dell'altra.

Con riferimento a proposizioni simili alla versione della proposizione C sopra considerata, Wittgenstein ha sottolineato la distinzione fra significato od uso "relativo" (che io qui dico "ordinario") di un termine e significato od uso "assoluto" (che qui io dico "assiomatico") dello stesso (si veda Wittgenstein, LE pagg. 5-12 e BB pagg. 45-6 in BBB). Tale distinzione è stata

notata, successivamente ed in modo indipendente, anche se molto meno preciso, da C. L. Stevenson, 1944 pag. 293, e da questi designata rispettivamente come significato od uso "ampio" e "ristretto" di un termine. (Naturalmente, in un assioma possono comparire termini esclusivamente nel loro uso ordinario; ciò accade per esempio proprio per il termine 'scegliere' o 'scelta' nell'assioma della scelta o assioma di Zermelo).

Secondo l'analisi di Stevenson e, soprattutto, di Wittgenstein, che qui ho caratterizzata ed applicata nei suoi termini analitici rilevanti, una proposizione che usi uno stesso termine simultaneamente nei due significati (ordinario e assiomatico), sebbene possa apparire 'realistica', genera un'incoerenza logica, una contraddizione - è una fallacia:

> "andare a sbattere contro le pareti della
> gabbia del linguaggio" (LE pag. 12)

è l'espressione che Wittgenstein ha usato per dare un'immagine dell'effetto della presenza simultanea in una proposizione dei due opposti usi di uno stesso termine, ovvero per dare un'immagine di un uso del linguaggio completamente fuori controllo.

In assenza di un'analisi specifica, tuttavia, tale incoerenza logica è percepita con difficoltà dai parlanti il linguaggio ordinario. Ciò perché, ovviamente, in essi è operante una forte, quanto naturale, inerzia del significato ordinario la quale ostacola la percezione da parte loro sia del significato assiomatico, sia del suo contrasto con il significato ordinario stesso.

Come esempio tipico delle fallacie generate dall'uso simultaneo dei due significati assiomatico ed ordinario nella medesima occorrenza di un termine, Wittgenstein utilizzò, fra le altre, la nota proposizione "Nothing is solid" dell'astronomo, fisico, matematico e filosofo della scienza Sir A. S. Eddington. Stevenson, da parte sua, fece riferimento alla nota proposizione "the man is selfish" risalente ad A. Smith, J. Bentham, J. S. Mill, ecc. (proposizione su cui si 'fonda' l'utilitarismo e la cui relazione con l'assioma di massimizzazione della teoria economica è ovvia).

Nel prossimo paragrafo, viene data la quarta prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica. Si tratta sostanzialmente dell'approccio già seguito nella seconda prova (paragrafo 3), ma con la differenza che questa volta la dimostrazione è condotta utilizzando il medesimo linguaggio insiemistico usato da Debreu nella sua 'assiomatizzazione' del 1959. L'esito è ovviamente lo stesso. Infatti risulterà che, persino nella versione 'assiomatica' di Debreu, l'economia matematica asserisce la contraddizione C. Inoltre la prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica sarà condotta in modo da renderne evidente l'effetto, cioè che in

economia matematica si può dimostrare sia una proposizione qualsiasi sia, quindi, la sua negazione.

5. Incoerenza logica ed economia matematica: un'analisi dell'assiomatizzazione di G. Debreu.

> "An axiom system is said to be inconsistent provided that among its theorems is one of the form S and another of the form ~S
>
> R. Carnap, 1958

> "If in [an axiom system] two contradictory sentences are derivable, the whole system becomes trivial inasmuch as any arbitrary sentence is thereupon derivable"
>
> R. Carnap, 1958

L'assiomatizzazione di Debreu del 1959, ovvero l'archetipo dell'economia matematica contemporanea, si basa su m+n sottoinsiemi dello spazio euclideo k-dimensionale R^k (lo spazio delle merci), cioè, nella terminologia di Debreu, sugli m+n insiemi Y_j and X_i dei punti possibili di produzione e consumo:

$$Y_j \subset R^k, \quad X_i \subset R^k \quad j=1,...m, \; i=1,...n$$

ciascuno dei quali (per ogni dato vettore p di prezzi) include, come sottoinsieme proprio, rispettivamente gli insiemi η_j (p) e ξ_i (p) dei punti di massimo degli agenti economici j ed i. In altre parole, gli insiemi:

$$\eta_j(p) \subset Y_j, \quad \xi_i(p) \subset X_i \quad p \in C^k$$

sono rispettivamente gli insiemi dei punti di massimo degli agenti economici j ed i dato il vettore p dei prezzi, Debreu, 1959 pagg. 44, 66-7, 80. Poiché $\eta_j(p)$ e $\xi_i(p)$ sono sottoinsiemi propri rispettivamente di Y_j e X_i, allora questi ultimi hanno anche come sottoinsiemi non vuoti,

chiamiamoli rispettivamente $H_j(p)$ e $K_i(p)$, gli insiemi dei punti non di massimo degli agenti economici j ed i. In altre parole gli insiemi differenza:

$$H_j(p) = Y_j - \eta_j(p) \neq \emptyset, \quad K_i(p) = X_i - \xi_i(p) \neq \emptyset$$

sono gli insiemi non vuoti dei punti non di massimo rispettivamente degli agenti economici j ed i.

Da quanto precede si ha dunque che:

(1) in ciascuno dei punti degli insiemi non vuoti $H_j(p)$ e $K_i(p)$, per definizione, l'agente economico non massimizza affatto e allora l'assiomatizzazione di Debreu asserisce oltre all'assioma M, anche la proposizione ~M - cioè asserisce la proposizione $M \wedge \sim M$; sennonché come sappiamo (pagg. 11-3):

(2) $M \wedge \sim M$ è incondizionatamente 'falsa' ed allora, come già visto a pag. 13, da essa - come da ogni proposizione incondizionatamente falsa - si deduce qualsiasi proposizione, ad esempio le proposizioni: "non esiste l'equilibrio generale", "esiste l'equilibrio generale", ecc. Ovvero, per i teoremi della logica simbolica citati a pag. 13, in economia matematica per qualsiasi proposizione S, si ha che

$$(*) \qquad M \wedge \sim M \supset S$$

si ha cioè che $M \wedge \sim M$ implica incondizionatamente qualsiasi proposizione e, quindi, in particolare implica anche:

$$(**) \qquad M \wedge \sim M \supset \sim S,$$

dove le formule (*) e (**) provano che in economia matematica si deduce incondizionatamente sia qualsiasi proposizione S sia, quindi, la sua negazione ~S; in altri termini, fra i teoremi dell'economia matematica vi è sia un teorema della forma S (del resto qualsiasi) sia un teorema della forma ~S. Dunque per quanto visto a pag. 13 si ha in conclusione che:

(3) persino nella versione 'assiomatica' di Debreu, l'economia matematica è logicamente incoerente.

Ciò conclude la quarta prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica o teoria economica che dir si voglia.

A questo proposito, sulla base di quanto visto alle pagg. 17-20, si potrebbe congetturare che Debreu abbia cercato una via di uscita dall'incoerenza logica adottando la versione dell'assioma M già considerata nel precedente paragrafo e cioè che:

> [M] "[l'agente economico] chooses [a point, sceglie un punto] so as to maximize" (Debreu, 1959 pag. 43),

ovvero proprio quella versione che genera un'incoerenza logica in quanto usa assiomaticamente il termine 'scegliere' in presenza di un insieme non vuoto di punti non di massimo.

Infatti (come si è visto nel paragrafo precedente) in presenza di un insieme non vuoto di punti non di massimo, l'effetto di tale versione dell'assioma M non è già di eliminare l'incoerenza logica bensì soltanto quello di oscurarene l'evidenza sfruttando sia l'uso assiomatico sia l'inerzia dell'uso ordinario del termine 'scegliere'. In altri termini, l'effetto di tale versione dell'assioma M è quello di rendere 'impercettibile', e quindi 'accettabile', l'asserzione, falsa, che $M \wedge \sim M$ sia 'vera'. Si tratta, come si è visto, di un effetto che è del tutto retorico, letterario, che lascia immutate le questioni di logica.

Certo, se in economia matematica si arriva a tanto, è allora lecito pensare che l'esistenza teoretica dei punti non di massimo sia talmente fondamentale da essere necessaria alla teoria per lo meno quanto la negazione dell'esistenza dei punti medesimi, cioè quanto l'assioma M stesso. Sennonché - viene naturale domandarsi - se i punti non di massimo non sono mai scelti, quale sarebbe questo loro ruolo teoretico? (Si noti, poiché non sono - e non possono essere - mai scelti, i punti non di massimo non sono nemmeno utilizzabili per rappresentare traiettorie, dinamiche o no, convergenti ai punti di massimo). In altre parole, quale sarebbe il beneficio teoretico che l'economia matematica conseguirebbe col sostenere il costo dell'incoerenza logica generata dai punti non di massimo?

Tra le due o tre risposte che si possono avanzare quella che, in questo contesto, è la più rilevante (e che verrà dettagliatamente sviluppata e motivata nel prossimo paragrafo) è di natura metodologica e consiste in ciò: che i punti non di massimo, così come il termine 'scegliere' (nonché, come si vedrà, sintagmata quali "tentare [to try], cercare [to seek], sforzarsi [to strive] di massimizzare") darebbero un beneficio teoretico sul piano di un malinteso senso del 'realismo' della teoria economica, venendo erroneamente identificato, questo 'realismo', con il contenuto empirico della stessa.

Come spiegare infatti, se non con l'aspettativa di un beneficio teoretico in termini di 'realismo', l'interpretazione da parte di Debreu (1959 pag. 79) dell'assioma di massimizzazione M (pagg. 3, 11, 15) mediante la proposizione I:

> [I] "[l'agente economico] tries to [tenta di] maximize" (Debreu, 1959 pag. 79)?

In effetti se un beneficio fosse assicurato dall'interpretazione I, sarebbe proprio quello di dare una 'rappresentazione teoretica' del 'reale' e 'difficile' operare dell'agente economico, rappresentazione che rende necessaria l'esistenza teoretica dei punti non di massimo poiché:

(1) solo se questi esistono è possibile mancare l'obiettivo (è possibile non massimizzare), e

(2) solo se è possibile mancare l'obiettivo è possibile tentare di perseguirlo (tentare di massimizzare).

E' dunque al costo dell'incoerenza logica (al costo cioè di contraddire con i punti non di massimo l'astratto ed 'irreale' assioma M) che l'economia matematica riuscirebbe a dare una 'rappresentazione' del 'reale' e 'difficile' operare dell'agente economico? Si tratterebbe dunque di un 'realismo', o di un 'contenuto empirico', che l'economia matematica potrebbe acquisire solo al costo di continue contraddizioni?

Sembra proprio di sì. Infatti, come si è visto, l'agente economico non sceglie mai i punti non di massimo, non sbaglia mai (e ciò è coerente con il ben noto assioma che assume la "conoscenza perfetta" - "perfetta preveggenza" inclusa - da parte dell'agente economico, Debreu, 1959 pag. xi). Ma se l'agente economico non può mai sbagliare, se non può mai mancare il suo obiettivo, allora è evidente (punto (2) qui sopra) che tanto meno egli può tentare di perseguirlo - conclusione questa che è proprio la negazione, la contraddizione, della proposizione I di Debreu dalla cui assunzione siamo partiti. In altri termini, la risposta alla domanda che segue (a meno di volere una contraddizione) è, ovviamente, no:

> "'At all costs I will get to that house.' - But if there is no difficulty about it - can I try at all costs to get to the house?" (Wittgenstein, PI I 623).

Poiché manca ormai soltanto la quinta prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica e stiamo arrivando quindi verso la conclusione di questa approfondita analisi, abbandoniamo per

un momento la 'moderna' (sedicente 'assiomatica') economia matematica e volgiamo lo sguardo a come tutto ciò era cominciato poco più di un secolo e mezzo fa:

> "We shall invoke but a single axiom, or if you prefer, make but a single hypothesis, that each one seeks to [cerca di] derive the greater possible value..." (Cournot, 1838 pag. 46, 1897 pag. 44),

> "[E' il profitto che] the producer should strive to carry [dovrebbe sforzarsi di portare] to its maximum value" (Cournot, 1838 pagg. 62, 88, 1897 pagg. 57, 79).

Come è evidente, l'economia matematica ha impiegato poco più di un secolo e mezzo per rimanere al punto di partenza <u>sulle</u> <u>questioni</u> <u>di</u> <u>fondo</u>. Infatti (come ulteriormente emergerà nel prossimo paragrafo) tutto è rimasto come era all'inizio - nel 1838 - per quanto riguarda ad esempio:

(i) la determinazione dei punti in cui l'<u>assioma</u> di massimizzazione è 'vero' (Cournot, 1838 pagg. 62-3, 88-90, 94-5, 101, 1897 pagg. 57, 79-80, 84-5, 90) e, quindi, dei punti in cui è...'falso';

(ii) l'aggiunta di pennellate di 'realismo' ("l'agente economico sceglie di, cerca di, tenta di, si sforza di massimizzare") nel tentativo di 'bilanciare' o 'neutralizzare' "l'astrattezza" o "l'irrealtà" dell'assioma di massimizzazione (al costo di contraddirlo);

(iii) la confusione fra 'realismo' di una proposizione, o teoria, e il suo contenuto empirico;

(iv) la confusione fra i <u>differenti</u> contesti (differenti giochi linguistici) in cui una 'stessa' proposizione può essere (a) un assioma (non logico), (b) l'antecedente in una implicazione o (c) un'ipotesi empirica;

(v) l'incompleta (o l'assenza di una) elencazione degli assiomi assunti (come accade sia in Cournot, sia in Debreu), ecc.

E tutto ciò, purtroppo, con l'aggravante che col trascorre dei decenni tali erronee concezioni metodologiche sono penetrate e si sono diffuse a tal punto nelle proposizioni economico-matematiche di fondo (soprattutto, come si vedrà nel prossimo paragrafo, per opera di A. Marshall e della sua variegata discendenza), ed a tal punto tali erronee concezioni metodologiche si sono mimetizzate fra i simboli matematici, che è ormai andata perduta persino quella lucida consapevolezza metodologica marshalliana che tali erronee concezioni aveva elaborato. Ma si sa,

il ritenersi molto 'avanzati' o 'moderni' è talvolta dovuto soltanto al non aver più memoria delle proprie origini. E, in tutta evidenza (si veda anche il prossimo paragrafo), è proprio questo il caso dell'economia matematica.

(Naturalmente a proposito della 'assiomatizzazione' di Debreu vi sarebbero altri rilievi da fare. Per esempio oltre ad essere, come si è qui provato, sintatticamente inconsistente, si può mostrare che tale 'assiomatizzazione' è anche semanticamente inconsistente, ma ciò esula dal presente contesto e sarà materia di un apposito paper).

Rimandando la quinta prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica al penultimo paragrafo, nel prossimo si esaminano in dettaglio le erronee concezioni metodologiche che sono alle origini del profondo radicamento che (come si è sin qui provato) l'incoerenza logica ha in economia matematica.

6. Massimizzazione: assioma o tautologia? (Un'analisi basata su alcune osservazioni logico-matematiche di L. Wittgenstein).

"an axiom...[has a function] that conflicts with that of an empirical proposition"
L. Wittgenstein, RFM III 5

"A tautology leaves open to reality the whole - the infinite whole - of logical space"
L. Wittgenstein, TLP 4463

Dalle analisi e dai risultati precedenti emerge quanto sia profondamente radicata in economia matematica l'asserzione, falsa, che la proposizione $M \wedge \sim M$ sia 'vera', ovvero quanto sia profondamente radicata in economia matematica la seguente fallacia F:

> [F] "Uno spazio delle merci (o un insieme dei punti possibili) in cui vi sono anche punti nei quali l'agente economico <u>non</u> massimizza affatto (i punti non di massimo) è logicamente coerente con l'<u>assioma</u> che l'agente economico massimizzi".

Fortunatamente per l'economia matematica, l'incoerenza logica o il paradosso ha fatto la sua comparsa (in un certo senso ed in varie forme, come verrà meglio precisato nell'ultimo paragrafo) persino nella storia di discipline quali la geometria e la matematica. Tuttavia, diversamente dall'economia matematica, l'incoerenza o il paradosso si manifestò quando quelle discipline erano già in uno stato abbastanza consolidato (relativamente alle varie epoche storiche) sia in termini di tecniche di calcolo applicabili sia in termini di successo nelle applicazioni.

E' invece peculiare dell'economia matematica ciò: che, come si è visto, tale incoerenza fosse chiaramente presente proprio nel principio di fondo dell'economia matematica sin dalla sua nascita poco più di un secolo e mezzo fa e senza che, successivamente, si sia manifestato alcun successo nella messa a punto di tecniche di calcolo applicabili, o nella loro applicazione, che sia paragonabile anche solo lontanamente a quello delle due suddette discipline.

Di qui la necessità di individuare quelle concezioni metodologiche, tanto profondamente radicate quanto erronee, che storicamente hanno fatto premio sull'approccio analitico ed hanno dato verosimiglianza scientifica alla fallacia F di cui sopra.

Questo paragrafo individua due principali concezioni metodologiche che sono alla base dell'incoerenza logica della teoria economica, tutte e due riconducibili, come si vedrà, ad una comune matrice metodologica, quella dei *Principles of Economics* di A. Marshall; matrice metodologica che, al di là delle apparenze e dei superficiali distinguo ('equilibrio' parziale, 'equilibrio' generale, ecc.), tutt'oggi informa di sé la struttura 'logica' di fondo dell'economia matematica.

Ora, quale esigenza può soddisfare, quale obiettivo può assicurare, la fallacia F? In tutta evidenza l'obiettivo cui soddisfa la fallacia F è quello, contraddittorio, di ammettere l'esistenza <u>anche</u> dei punti in cui l'agente economico non massimizza e, <u>al</u> <u>tempo</u> <u>stesso</u>, di escludere che l'agente economico non massimizzi.

Il perseguimento di tale contraddittorio obiettivo, in quanto erroneamente ritenuto fecondo, è generato essenzialmente da due concezioni metodologiche fallaci fra loro strettamente connesse, e precisamente:

(1) dall'identificazione di due nozioni non necessariamente coincidenti, quali quelle di 'realismo' di una proposizione, o teoria, e la nozione di contenuto empirico della medesima;

(2) dall'identificazione di due nozioni, che invece sono contrastanti, quali quelle di assioma (non logico) e tautologia, confusione che induce a vedere nell'assioma (non logico) ciò che è tipico invece della tautologia, cioè una proposizione priva di contenuto empirico.

Da quanto segue risulterà evidente sia la fallacia delle due concezioni metodologiche di cui sopra, sia la loro matrice comune, cioè proprio quel malinteso senso del 'realismo' e, quindi,

dell'astrazione teoretica che è riconducibile all'approccio metodologico dei *Principles of Economics* di A. Marshall.

In particolare, come si vedrà, tali due concezioni metodologiche hanno la loro matrice comune nella soluzione della questione relativa alla relazione tra linguaggio matematico e 'realtà' economica, 'soluzione' che, come vedremo, è ancora oggi, nella sostanza, quella elaborata da A. Marshall nei 15 anni precedenti la (e di preparazione della) prima edizione dei *Principles of Economics* del 1890 (anno in cui inoltre, per impulso di Marshall, nasceva la *British Economic Association* e l'*Economic Journal*). Una soluzione, quella di Marshall, che, come è noto, è stata alla base della formazione metodologica di generazioni di economisti tramite le otto edizioni dei *Principles* nei successivi trent'anni, soluzione che poi ha continuato a diffondersi e a radicarsi profondamente, sia pure inconsapevolmente, nel modo di pensare delle successive generazioni di economisti tramite l'insegnamento e gli scritti di studiosi di varia discendenza marshalliana (per altri aspetti assai diversi fra loro e, ovviamente, da Marshall) quali A. C. Pigou, J. M. Keynes, R. F. Harrod, J. Robinson, ecc.

Secondo il punto di vista di Marshall, dunque, la 'realtà' economica sarebbe talmente 'contraddittoria' che le <u>migliori</u> leggi o principi economici che si possano enunciare sarebbero <u>necessariamente</u> inesatti ed erronei:

> "the best statements of tendencies...must need be inexact and faulty" (Marshall, *Principles of Economics*, 1920, pag. 32).

Di conseguenza, secondo Marshall, la matematica non sarebbe adatta a rappresentare tale realtà o, più precisamente, la sua logica non sarebbe adatta, ma i suoi simboli...sì:

> "the language [i simboli] of the differential calculus - <u>not</u> its reasonings [<u>non</u> la sua logica] - are specially helpful to clear thought" (Marshall, *Principles of Economics*, 1920, pag. 357 nota n. 3).

In conclusione, Marshall teorizzò un uso che si potrebbe dire 'realistico-pittorico' dei simboli del linguaggio matematico, un uso che, per essere fecondo, non doveva già seguire le regole della coerenza logica (gli assiomi logici) bensì, al contrario, doveva cercare di riecheggiare, di inglobare al suo interno, proprio l'incoerenza, le 'contraddizioni' della 'realtà'. In effetti,

Marshall fu consapevole, come pochi economisti lo sono stati, di alcune difficoltà logiche di fondo della teoria economica e, come è noto, arrivò a raccomandare di evitare, ove possibile, persino l'utilizzo dei simboli matematici stessi:

> "[I had a growing feeling...] that a good mathematical theorem dealing with economic hypotheses was very unlikely to be good economics: and I went more and more on the rules - (1) Use mathematics as a shorthand language, rather than as an engine of enquiry...(3) Translate into English. (4) Then illustrate by examples that are important in real life. (5) Burn the mathematics..." (A. Marshall, *Letter to Bowley*, 1906)

Alla luce di quanto precede, l'esame delle concezioni metodologiche (1) e (2) elencate all'inizio di questo paragrafo (pag. 28) farà emerge in modo del tutto naturale, oltre che la loro fallacia, la loro origine storica e metodologica unitaria, il loro comune vizio di origine marshalliano.

Per quanto riguarda la concezione metodologica (1) di pag. 28, è assai diffusa la confusione derivante dall'identificazione di due nozioni non necessariamente coincidenti, quali quelle di 'realismo' di una proposizione, o teoria, e la nozione di contenuto empirico della medesima. Secondo tale punto di vista, che in economia è tipicamente marshalliano, tante più sfumature <u>fra loro</u> <u>contrastanti</u> <u>o</u> <u>contraddittorie</u>, una proposizione, o una teoria, riesce ad esprimere (possibilmente usando gli stessi termini con significati che gradatamente si trasformano in significati diversi ed opposti), tanto più sarebbe 'realistica', tanto maggiore sarebbe il suo contenuto empirico, ovvero tanto più sarebbe in accordo con la 'contraddittoria realtà'. Secondo questo erroneo punto di vista le <u>migliori</u> teorie 'scientifiche' sarebbero precisamente quelle logicamente...incoerenti (erroneo punto di vista che, in economia, per quanto si è visto sopra, è tipicamente marshalliano).

Ora, è ovvio che tale presunta coincidenza tra 'realismo' e contenuto empirico, in generale, non vale. A questo proposito basterà qui osservare che tale presunta coincidenza è falsa per alcune proposizioni che sono di certo fra le <u>meno</u> 'realistiche' - gli assiomi (non logici) o, più esattamente, le proposizioni che sono le loro controparti empiriche (punto (iv) pag. 26). Infatti a causa della loro 'irrealistica' categoricità o assolutezza, (ed all'opposto delle tautologie) gli assiomi non logici (o meglio, le loro controparti empiriche) sono infatti nelle condizioni migliori

per essere falsificati empiricamente, hanno cioè (tralasciando qui qualificazioni che esulano da questo contesto) un rilevantissimo contenuto empirico.

La confusione metodologica sopra evidenziata deriva dall'erronea sensazione che una proposizione che sia assunta, o postulata, come incondizionatamente 'vera' non dica nulla sulla 'realtà'. E' invece vero proprio il contrario. Infatti gli assiomi non logici - si pensi ad esempio al secondo postulato della termodinamica o al quinto postulato di Euclide - enunciano circostanze che sono altamente specifiche (si veda anche, p.es., Carnap, 1958 Parte 2, Capitoli E-H).

Quest'ultima osservazione è rilevante anche a proposito dell'erronea concezione metodologica (2) di pag 28. Infatti è assai diffusa la confusione derivante dall'identificazione di due nozioni contrastanti quali quelle di assioma (non logico) e tautologia, confusione che induce a vedere nell'assioma (non logico) ciò che è tipico invece della tautologia - a vedervi cioè una proposizione priva di contenuto empirico, ovvero una proposizione che, essendo incondizionatamente 'vera', nulla direbbe sulla 'realtà'.

Ora il fatto che in una teoria assiomatica ad un assioma (non logico) sia assegnato valore di verità 'vero' incondizionatamente (pag. 14-5), sembra aver erroneamente indotto ad assimilare ad una tautologia l'assioma M (pagg. 3, 11, 15):

> [M] "l'agente economico massimizza incondizionatamente, sempre e comunque, in qualsiasi punto dello spazio delle merci (o dell'insieme dei punti possibili), ovvero tutti i punti dello spazio delle merci (o dell'insieme dei punti possibili) non possono che essere punti di massimo".

E' allora naturale che tale erronea identificazione dell'assioma M con una tautologia abbia indotto a considerare teoreticamente fecondo il cercare di 'reintegrare' il contenuto empirico di cui il 'mostro' teoretico "Assioma (non logico)-Tautologia" M sarebbe privo, con l'ammettere l'esistenza teoretica anche dei più 'realistici' punti in cui l'agente economico non massimizza affatto (con il risultato, come si è visto, di contraddire l'assioma M stesso). Un approccio metodologico che, appunto, è quello 'realistico-pittorico' di A. Marshall di cui s'è detto.

A questo proposito è evidente invece che, all'interno di una teoria assiomatica, un assioma (non logico) differisce da una tautologia in ciò: che non si può dimostrare il valore di verità dell'assioma (ovvero, che non si può dimostrare che l'assioma abbia valore di verità 'vero'), mentre si può dimostrare che una proposizione sia (se lo è) una tautologia (cioè, si può dimostrare che abbia valore di verità 'vero' incondizionatamente, si veda qui sotto). Quindi se,

similmente ad un assioma, “A tautology...is unconditionally true” (Wittgenstein, TLP 4461), lo è in un senso del tutto differente da come lo è un assioma (non logico).

Che la proposizione M in quanto assioma (non logico) non sia una tautologia, risulta poi evidente confrontandolo con la seguente, autentica, tautologia T:

> [T] “l’agente economico massimizza [M] o non massimizza [~M] - egli massimizza nei punti di massimo o non massimizza nei punti non di massimo”.

E che la precedente proposizione T sia una tautologia (ovvero che sia incondizionatamente ‘vera’) è dimostrato dalla sua tavola di verità:

M	~M	[T]	M ∨ ~M
falso	vero		vero
vero	falso		vero

dove T è incondizionatamente vera nel senso che si dimostra essere ‘vera’ sia che M sia ‘falsa’ sia che M sia ‘vera’, si veda p. es. Wittgenstein, TLP 446.

In questo paragrafo, si sono dunque mostrate sia la fallacia delle concezioni metodologiche (1) e (2) enunciate a pag. 28, sia la loro comune matrice marshalliana.

Quanto poi al ‘realismo-pittorico’, fondato per definizione su continue contraddizioni, è chiaro ora che si tratta del ‘realismo’ che è tipico di certi quadri di M. C. Escher, ad esempio *The Waterfall*, o del disegno *Doric Dilemma* di R. N. Shepard.

Naturalmente, qui non si sostiene che, a distanza di tanti decenni, l’approccio metodologico ‘realistico-pittorico’ di Marshall sia stato e sia consapevolmente praticato e professato. Qui si sostiene esattamente l’opposto (pagg. 26-7) e precisamente che, essendo ormai andata perduta persino quella lucida consapevolezza metodologica marshalliana che quelle erronee concezioni aveva elaborato, tale approccio metodologico è ormai praticato per inerzia e, per di più, nell’illusione di uniformarsi agli “standards of rigor” di una qualche “contemporary formalistic school of mathematics” (Debreu, 1959 pag. x).

D’altra parte non va dimenticato che ad un malinteso senso del realismo si accompagna ovviamente e necessariamente un altrettanto malinteso senso dell’astrazione teoretica.

Basti qui ricordare che in rassegne accademiche internazionali di economia matematica, quali p. es. *Econometrica*, *Journal of Economic Theory* e *Journal of Economic Dynamics and Control*, sono comparse (rispettivamente nel 1985, pagg. 433-453, nel 1988, pagg. 255-290, e nel 1992, pagg. 243-266) formule di economia matematica basate sull'esplicita assunzione (assioma? O ipotesi empirica?) che gli agenti economici siano "infinitely lived", cioè immortali, e che dispongano di "infinitely lived assets" (tecnicamente tale assunzione di "vita infinita" implica l'assunzione che il secondo postulato della termodinamica sia falso).

Ecco dunque come, in un sol colpo, l'economia matematica riesca:

(i) ad 'astrarre' dal (a contraddire, a rinnegare, il) suo stesso assioma della scarsità delle risorse a disposizione degli agenti economici;

(ii) ad 'astrarre' dal (a dichiarare falso il) secondo postulato della termodinamica, cioè un postulato di una parte della fisica cui in modo del tutto naturale sono connesse proprio le nozioni quasi economiche di rendimento ed efficienza di macchine e impianti;

(iii) a completare, mediante tali 'astrazioni', l'identikit dell'agente economico nel senso che all'assioma della di lui "conoscenza e preveggenza perfetta" (Debreu, 1959 pag. xi) si aggiungerebbe ora l'assunzione della sua "immortalità".

L'astrazione teoretica in economia matematica sembra dunque seguire un trend ben preciso. Infatti, da un lato tale astrazione è astrazione proprio dall'ambito scientifico ed in particolare, come s'è visto, è astrazione:

(1) dai propri stessi assiomi (massimizzazione, scarsità delle risorse, ecc.);

(2) dagli assiomi di scienze, quali la termodinamica, che sono riuscite ad isolare caratteristiche anche economicamente rilevanti dei processi fisici e chimici; e, come si è ripetutamente visto, infine:

(3) dal principio di non contraddizione.

Dall'altro lato tale astrazione dall'ambito scientifico è 'prolungata' con assunzioni 'astratte' che (si veda (iii) sopra) sembrano convergere verso quelle tipiche dell'ambito teologico. (Naturalmente anche l'ambito teologico può essere, come lo è stato certamente in passato, fonte di ispirazione e riflessione scientifica - basti pensare alle idee sulla 'razionalità', simmetria, ecc. delle leggi di natura in quanto opera di un dio; ciò che conta, tuttavia, è la consapevolezza metodologica di muoversi in tale ambito, consapevelezza che in economia matematica, come nell'utilitarismo, sembra essere del tutto assente).

D'altra parte, tale 'astratto' identikit dell'agente economico è proprio quello che, secondo uno dei più autorevoli studiosi di etica e morale contemporanei, è implicito nell'utilitarismo teoretico; utilitarismo che presupporrebbe appunto "completely rational beings" dotati di "unlimited

information" (Hare, 1989 pag. 111) "with superhuman powers of thought, superhuman knowledge" ivi compresa la conoscenza "of other people's state of mind" nonché circa "what the consequences of alternative actions would be" (Hare, 1981 pag. 44, 122, 177); esseri per i quali inoltre "everything would be done by reason in a moment of time" (Hare, 1981 pag. 45). In altri termini, si tratterebbe di esseri che, in quanto onniscienti ed immortali e, quindi, onnipotenti, sarebbero tecnicamente degli dei (Hare, 1989 pag. 111, 188-9, 222, 239).

E dire che Marshall nel 1903-4, con la creazione per suo volere degli *Economics and Political Science Tripos* (cioè con la creazione della Facoltà di Economia dell'Università di Cambridge), credette di affrancare la scienza economica dagli studi di etica, morale, metafisica e teologia. Trascorso ormai un secolo, è evidente che l'obiettivo di Marshall di allora è tutt'oggi emblematico di una condizione della scienza economica che va ben al di là della vicenda dell'Università di Cambridge di inizio secolo. Infatti la scienza economica, oggi come allora, sembra privilegiare come suo 'fondamento' principi che appartengono proprio a quei campi del sapere da cui Marshall credette di affrancarla sia con la sua azione accademico-amministrativa sia con il suo ingenuo 'realismo' metodologico. E, come si è sin qui mostrato, l'economia matematica stessa ne è la prova.

Il prossimo paragrafo, il penultimo del paper, concerne:

(1) il modo in cui Silberberg, 1978, e Black, 1987, hanno rilevato l'incoerenza logica dell'economia matematica, nonché il loro tentativo di 'razionalizzare' la contraddizione C;

(2) il tentativo di 'razionalizzazione' della contraddizione C e della fallacia F che Debreu, 1959, potrebbe aver inteso perseguire con l'inserimento del termine 'scegliere' nell'assioma di massimizzazione M; tentativo che questa volta è analizzato senza ricorre alle nozioni di uso assiomatico ed uso ordinario di un termine;

(3) la quinta ed ultima dimostrazione dell'incoerenza logica dell'economia matematica ottenuta mettendo a confronto il ruolo che l'assiomatizzazione di Debreu assegna all'assioma di massimizzazione M, con il ruolo degli assiomi di note teorie assiomatiche quali la termodinamica classica (Callen, 1960), la teoria della probabilità (Kolmogorov, 1933) e la geometria euclidea. Assumendo valido il ruolo che l'assioma M ha nell'archetipo dell'economia matematica contemporanea (Debreu, 1959), si mostra, *per assurdo*, che se si assegnasse tale ruolo, mutatis mutandis, agli assiomi delle suddette tre teorie assiomatiche, esso le renderebbe tutte e tre logicamente incoerenti.

7. Incoerenza logica ed economia matematica: l'assiomatizzazione di G. Debreu confrontata con note teorie assiomatiche.

> "By definition, each point of the [thermodynamic] configuration space represents an equilibrium state ... a real process always involves nonequilibrium intermediate states having no representation in the thermodynamic configuration space"
>
> H. B. Callen, 1960

> "a concatenation of equilibrum states - is, of course, an idealization to which a real process can at best only approximate in the limit when..."
>
> A. Yourgrau, A. van der Merwe, G. Raw, 1982

Silberberg, 1978, (per quanto mi risulta) è stato il primo economista ad essere drammaticamente consapevole della contraddizione C (pagg. 10-3, 15-6, 17-20, 22-3) dell'economia matematica ed a dichiarare ciò apertamente. Sfortunatamente sia la terminologia usata che la via di uscita dal dilemma prospettata da Silberberg risultano inadeguate.

Silberberg riconosce infatti che "if some behavioural postulate [cioè l'assioma di massimizzazione M, si veda qui pagg. 3, 11, 15 e Silberberg, 1978 pag. 7] is asserted [...allora] to imply that some sort of disequilibrium can exist [cioè, che possano esistere anche punti non di massimo] constitutes a denial of the original hypothesis [costituisce una negazione dell'assioma di massimizzazione]...it is not disequilibrium but the refutation [la confutazione, la falsificazione] of the asserted theory", Silberberg, 1978 pag. 509.

Tuttavia Silberberg, nel tentativo di salvare dall'incoerenza logica le sue cinquecento pagine di economia matematica fondata simultaneamente sull'assioma e sull'analisi matematica della massimizzazione (calcolo differenziale, Lagrange, Kuhn e Tucker, ecc.), propone ingenuamente, come via di uscita dalla contraddizione, di bandire il termine 'punto di equilibrio' che designa i punti di massimo. Così facendo, egli argomenta, viene d'un tratto a mancare inevitabilmente anche il termine 'punto di disequilibrio' che designa gli scandalosi e contraddittori punti non di massimo (Silberberg, 1978 pagg. 508-9).

Naturalmente la contraddizione C dell'economia matematica non è originata tanto dal fatto che i punti non di massimo siano talvolta designati col termine 'punti di disequilibrio', quanto dal fatto che di tali punti, comunque designati, l'economia matematica tratti, parli, dichiari

l'esistenza simultaneamente all'adozione dell'assioma M il quale, al contrario, non parla, non tratta, non ammette l'esistenza di tali punti.

Silberberg, nel cercare di 'razionalizzare' la contraddizione C, mostra di non essere riuscito, suo malgrado, a liberarsi della fallacia F:

> [F] "Uno spazio delle merci (o dei punti possibili) in cui vi sono anche punti nei quali l'agente economico non massimizza affatto (i punti non di massimo) è logicamente coerente con l'assioma che l'agente economico massimizzi".

F. Black, 1987, dal canto suo osserva che "Disequilibrium theories [cioè le teorie che ammettono disequilibri fra domanda e offerta] tend to be unsatisfactory because they are inconsistent with the assumption that individuals act to maximize utility and that firms act to maximize profit.", Black, 1987 pag. 22. Ciò perché i disequilibri tra domanda e offerta indicherebbero, a detta di Black, la presenza di agenti economici che non massimizzano - ovvero che si trovano in punti non di massimo. Ed è a questo punto che egli riconosce che quest'ultima circostanza contraddice l'assioma di massimizzazione M; ed egli conclude: "thus such a [disequilibrium] theory contains the seeds of its own destruction.", Black, 1987 pag. 22. Va qui sottolineato che a differenza di Silberberg, il quale con approccio puramente logico - senza interpretazione economica - rileva direttamente e in modo del tutto generale sia l'esistenza dei punti non di massimo sia la loro contradditorietà, Black invece rileva solo incidentalmente la contraddizione partendo da un'argomentazione puramente economica (la cui validità o meno è qui del tutto irrilevante). Inoltre, per rilevare la contraddizione Black non può fare a meno di utilizzare l'assioma della conoscenza e preveggenza perfetta così come l'assunzione che "everything would be done by reason in a moment of time" (Hare, 1981 pag. 45) da parte dell'agente economico, si veda Black, 1987, pag. 22.

La via di uscita dalla contraddizione consiste poi, secondo Black, nel bandire i contraddittori punti non di massimo (bandendo i 'disequilibri fra domanda e offerta') con la conseguenza che qualsiasi punto sia sempre e soltanto punto di massimo per l'agente economico (Black, 1987 pagg. 21, 24). Black sembra però non notare che viene così bandita la massimizzazione matematica (calcolo differenziale elementare, Lagrange, Kuhn e Tucker, ecc.) e le sue implicazioni, ovvero - come già osservato al punto (a') del primo paragrafo, pag. 5 - viene bandita, data la sua struttura, pressoché per intero l'economia matematica stessa.

Per quanto riguarda G. Debreu, come si è visto nei paragrafi quinto e sesto, si potrebbe congetturare che nella sua proposta 'assiomatica' del 1959 egli abbia cercato di 'razionalizzare' sia la fallacia F sia la contraddizione C. Di fatto, come si è dimostrato nel quinto e sesto paragrafo, l'approccio 'assiomatico' proposto da Debreu asserisce la seguente versione della contraddizione C:

> [C] "pur esistendo, nello spazio delle merci (o nell'insieme dei punti possibili), anche punti in cui l'agente economico non massimizza affatto [~M], egli massimizza sempre e comunque ossia non sceglie mai i punti non di massimo [assioma M]".

In questo paragrafo tale tentativo di 'razionalizzazione' di Debreu viene analizzato senza ricorrere né alle nozioni di uso ordinario e assiomatico di un termine (come già si è fatto nel quarto paragrafo), né al simbolismo logico (come già si è fatto nel quinto paragrafo).

Infatti, secondo un differente punto di vista si potrebbe sostenere che sia la fallacia F sia la contraddizione C sarebbero in effetti 'razionalizzate' dall'approccio 'assiomatico' di Debreu nel senso che i punti non di massimo (pur essendo presenti nello spazio delle merci con tutta la loro carica di incoerenza logica rispetto all'assioma di massimizzazione M) proprio perché non sono mai 'scelti' sono di fatto privati di qualsiasi ruolo analitico nella teoria e quindi non possono dare luogo a contraddizione. In altri termini, secondo tale 'razionalizzazione', il ruolo dei punti non di massimo sarebbe ridotto ad un ruolo meramente ornamentale e doppiamente fecondo poiché:

(i) da un lato, darebbe 'realismo' all'altrimenti troppo 'rigida', 'irrealistica' astrazione teoretica (l'assioma M); ed inoltre:

(ii) dall'altro lato, tale ruolo 'sterilizzerebbe' l'incoerenza logica generata dai punti non di massimo, così da inibire la diffusione del 'virus' dell'incoerenza a tutta la struttura logica dell'economia matematica.

Ora, un tale approccio non ha precedente alcuno nella storia del metodo assiomatico da oltre duemila anni a questa parte e, soprattutto, come si vedrà subito con una nuova dimostrazione (che questa volta prescinde da qualsiasi analisi del termine 'scegliere'), tale approccio risulta essere soltanto un espediente retorico che, nel migliore dei casi, nasconde piuttosto che eliminare l'incoerenza logica dell'economia matematica. Ciò risulterà evidente dal confronto fra la proposta 'assiomatica' di Debreu e note teorie assiomatiche quali la termodinamica classica (Callen, 1960), la teoria della probabilità (Kolmogorov, 1933) e la geometria euclidea. Come prodotto

congiunto si otterrà, *per assurdo,* la quinta prova dell'incoerenza logica dell'economia matematica. In questa prova si assumeranno valide la fallacia F e la contraddizione C e si mostrerà che, applicandole mutatis mutandis alle suddette teorie assiomatiche, rendono logicamente incoerenti tutte e tre le teorie.

Si noti, la termodinamica classica non dice: "nello spazio delle configurazioni termodinamiche vi sono sia gli stati di equilibrio che gli stati di non equilibrio, ma la natura non sceglie mai gli stati di non equilibrio". Più semplicemente, la termodinamica classica non parla affatto di stati di non equilibrio, non rappresenta affatto tali stati nello spazio delle configurazioni termodinamiche (Callen, 1960 pagg. 59, 60, 62). E ciò la termodinamica classica non dice e non rappresenta perché nei suoi assiomi o postulati vi è posto solamente per gli stati di equilibrio e, quindi, ammettere anche stati di non equilibrio equivarrebbe a contraddire tali assiomi; circostanza quest'ultima che renderebbe la termodinamica classica logicamente incoerente sia che gli stati di non equilibrio non venissero mai scelti sia che venissero scelti. Dunque, un solo stato di non equilibrio che, seguendo l'approccio 'assiomatico' di Debreu, fosse posto - sia pure come mero ornamento 'realistico' - nello spazio delle configurazioni termodinamiche, sarebbe sufficiente a rendere la termodinamica classica logicamente incoerente. (Naturalmente, accanto alla termodinamica classica, sono state sviluppate con appropriati postulati la termodinamica classica statistica e la termodinamica dei processi irreversibili o "nonequilibrum thermodynamics").

Similmente, la teoria assiomatica della probabilità di A. N. Kolmogorov non dice: "dato lo spazio di probabilità (Ω, Σ, P) sia le funzioni misurabili che quelle non misurabili sono variabili aleatorie, ma le funzioni non misurabili non vengono mai scelte", Kolmogorov, 1933, pagg. 20-1, 1956 pagg. 22-3. E ciò la teoria della probabilità di Kolmogorov non dice perché se anche le funzioni non misurabili fossero ammesse come variabili aleatorie, allora per ciascuna funzione non misurabile $X:\Omega\rightarrow R$ esisterebbe almeno un insieme $A\subset R$ per cui sarebbe definita la formula:

$$P(X^{-1}(A)), \quad X^{-1}(A)\notin\Sigma, \quad A\subset R=(-\infty, +\infty)$$

la quale formula contraddirebbe gli assiomi della teoria di Kolmogorov (1933, pag. 2, 1956 pag. 2); circostanza quest'ultima che renderebbe la teoria assiomatica della probabilità di Kolmogorov logicamente incoerente sia che le funzioni non misurabili non venissero mai scelte sia che venissero scelte. Dunque, una sola funzione non misurabile che, seguendo l'approccio 'assiomatico' di Debreu, fosse ammessa - sia pure come mero ornamento 'realistico' - fra le variabili aleatorie, sarebbe sufficiente a rendere la teoria della probabilità di Kolmogorov logicamente incoerente.

Per il medesimo motivo la geometria euclidea non dice: "nello spazio euclideo bidimensionale, data una retta, vi sono punti non sulla retta per i quali passano una o più rette parallele alla retta data ma la natura non sceglie mai i punti per cui passano più rette parallele". E ciò la geometria euclidea non dice perché se fossero ammessi nello spazio euclideo bidimensionale anche i punti per cui passano più rette parallele (diciamo, anche i punti non euclidei 'iperbolici'), allora sarebbe contraddetto il quinto postulato di Euclide; circostanza quest'ultima che renderebbe la geometria euclidea logicamente incoerente sia che i punti non euclidei 'iperbolici' non venissero mai scelti sia che venissero scelti. Dunque, un solo punto non euclideo 'iperbolico' che, seguendo l'approccio 'assiomatico' di Debreu, fosse posto - sia pure come mero ornamento 'realistico' - nello spazio euclideo bidimensionale, sarebbe sufficiente a rendere la geometria euclidea logicamente incoerente.

In conclusione, Debreu e l'economia matematica sembrano ignorare che anche l'arte della decorazione ha la sua logica e che violandola l'effetto, anziché di adornare, è di deturpare. Se poi il fine fosse quello di impedire, o nascondere, l'incoerenza logica dell'economia matematica, allora la proposta sedicente 'assiomatica' di Debreu sarebbe, come si è visto, tanto impotente quanto è estranea alla bimillenaria storia del metodo assiomatico.

8. Conclusione. Teoria economica e pensiero scientifico moderno.

> "Economics is still a million miles away from the state an advanced science is"
>
> J. v. Neumann (Morgenstern, 1976)

> "The natural sciences were more than a millennium old when the first really important progress was made"
>
> J. v. Neumann (1955)

Dal tempo di Cournot (1838) in poi l'economia matematica si è dedicata per la maggior parte ad affinare ed approfondire l'analisi delle condizioni e delle implicazioni dell'esistenza dei punti di massimo (in cui la proposizione M di massimizzazione, pag. 2, è 'vera') e quindi, inevitabilmente, anche delle condizioni di esistenza dei punti non di massimo (in cui la proposizione M di massimizzazione è 'falsa'). Così facendo, per più di un secolo e mezzo,

l'economia matematica ha continuato (e tutt'oggi continua) a 'dimostrare' e, al tempo stesso, quindi, a rinnegare (a contraddire) il suo principale...assioma.

Fortunatamente per l'economia matematica, non è la prima volta che, in un certo senso, qualcosa di simile accade nella ricerca scientifica moderna.

Da una parte, il 'dimostrare' una proposizione che in effetti è assunta come assioma ricorda "lo scandalo della geometria" (J. L. R. D'Alembert) e la bimillenaria lotta per la conoscenza di studiosi quali Tolomeo, Proclo, J. Wallis e A. M. Legendre (in realtà, come è noto, questo è un caso di dimostrazione circolare, non di contraddizione, Greenberg, 1974).

Dall'altra parte, il rinnegare un assioma al cui uso di fatto non si rinuncia, ricorda la strenua opposizione da parte di R. Baire, L. Borel, H. Lebesgue, G. Peano, B. Russell, ecc. all'assioma della scelta di E. Zermelo (Zermelo, 1908, Moore, 1982).

Quanto poi alla costruzione di teorie assiomatiche logicamente incoerenti è toccato proprio al padre della logica moderna, G. Frege (così come a Peano), di formulare una fondazione assiomatica dell'aritmetica che B. Russell (ed indipendentemente E. Zermelo) mostrò essere logicamente incoerente; mi riferisco alla nota lettera del 1902 di Russell a Frege, si veda p. es. Heijenoort, 1977 pagg. 124-5. (Per non parlare poi qui dello stato dei fondamenti del calcolo differenziale prima di A. Cauchy e di K. Weierstrass).

Dunque nessun dramma, nessun disdoro, per l'incoerenza logica dell'economia matematica. Piuttosto, tale incoerenza, qualora se ne acquisisca finalmente la consapevolezza metodologica, potrebbe rivelarsi una vera e propria opportunità per l'economia matematica e più in generale per la scienza economica- l'opportunità di unirsi, sia pure con qualche ritardo, alla corrente del pensiero scientifico moderno originatasi poco più di due millenni or sono.

Bibliografia.

Black, F.: 1987, *Bisiness Cycles and Equilibrium*, Basil Blackwell, Oxford.

Callen, H. B.: 1960, *Thermodynamics*, Wiley, New York.

Carnap, R.: 1958, *Introduction to Symbolic Logic and its Applications*, Dover, New York.

Church, A. : 1956, *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton University Press, Princeton.

Cournot, A.: 1838, *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*, Hachette, Paris; ristampa 1938, Rivière, Paris.

Cournot, A.: 1897, *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, (trad. dell'edizione del 1838), Macmillan, New York.

Debreu, G.: 1959, *Theory of Value. An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*, Yale University Press, New Haven.

Greenberg, M. J.: 1974, *Euclidean and Non-Euclidean Geometries. Development and History*, Freeman and Co., New York.

Hare, R. M.: 1981, *Moral Thinking*, Clarendon Press, Oxford.

Hare, R. M.: 1989, *Essays in Ethical Theory*, Clarendon Press, Oxford.

Heijenoort, J. v.: 1977, *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*, Harvard University Press, Cambridge, Mass.

Kleene, S. C.: 1952, *Introduction to Metamathematics*, North-Holland, Amsterdam.

Kleene, S. C.: 1967, *Mathematical Logic*, Wiley, New York.

Kolmogorov, A. N.: 1933, *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Springer, Berlin.

Kolmogorov, A. N.: 1956, *Foundations of Probability Theory*, (trad. dell'edizione del 1933), Chelsea Publishing Co., New York.

Marshall, A.: 1920, *Principle*s *of Economics*, Macmillan, London; ristampa nell'edizione variorum 1890-1920 a cura di Guillebaud, C. W, vol. 1, 1961, Macmillan, London.

Marshall, A.: 1906, *Letter to Bowley*, nell'edizione variorum 1890-1920 dei *Principle*s *of Economics* di A. Marshall, a cura di Guillebaud, C. W, vol. 2, 1961, Macmillan, London.

Moore, G. H.: 1982, *Zermelo's Axiom of Choice. Its Origin, Development and Influence*, Springer, New York.

Morgenstern, O: 1976, *The Collaboration between O. Morgenstern and J. von Neumann on the Theory of Games*, Journal of Economic Litterature, 14, pagg. 805-816.

Neumann, J. v.: 1955, *The Impact of Recent Developments in Science on the Economy and on Economics*, (in *J. v. Neumann's Collected Works*, a cura di Taub, A. H., vol. VI, pagg. 100-1, 1963), Pergamon Press, Oxford.

Rogers, R.: 1971, *Mathematical Logic and Formalized Theories*, North-Holland, Amsterdam.

Russell, B.: 1902, *Letter to Frege*, in Heijenoort, J. v., 1977 pagg. 124-5.

Ryle, G.: 1954, *Dilemmas*, Cambridge University Press, Cambridge.

Silberberg, E.: 1978, *The Structure of Economics. A Mathematical Analysis*, McGraw- Hill, New York.

Stevenson, C. L.: 1944, *Ethics and Language*, Yale University Press, New Haven.

Stolyar, A. A.: 1970, *Introduction to Elementary Mathematical Logic*, The MIT Press, Cambridge, Mass.

Whitehead, A. N., e Russell, B.: 1910, *Principia Mathematica*, Vol. I, (seconda edizione 1925), Cambridge University Press, Cambridge.

Wittgenstein, L.: 1965, *A Lecture on Ethics*, The Philosophical Review, 47, pagg. 3-12.

Wittgenstein, L.: 1968, *Philosophical Investigations*, Basil Blackwell, Oxford.

Wittgenstein, L.: 1969, *The Blue and Brown Books*, Basil Blackwell, Oxford.

Wittgenstein, L.: 1972, *Tractatus Logico-Philosophicus*, Routledge and Kegan Paul, London.

Wittgenstein, L.: 1975, *Remarks on the Foundations of Mathematics*, The MIT Press, Cambridge, Mass.

Yourgrau, W., Merwe, A. van der, e Raw, G.: 1982, *Treatise on Irreversible and Statistical Thermophysics. An Introduction to Nonclassical Thermodynamics*, Dover, New York.

Zermelo, E.: 1908, *A New Proof of the Possibility of a Well-ordering*, in Heijenoort, J. v., 1977 pagg. 182-198.

Indice degli autori citati.

Baire, R., 40
Beltrami, E., 14
Bentham, J., 21
Bernays, P., 14
Black, F., 1, 3-4, 6, 34, 36, 41
Bolyai, J., 14
Borel, L., 40
Bowley, A., 3, 30, 41

Callen, H. B., 1, 6, 8-9, 34-5, 37-8, 41
Carnap, R., 3, 9-13, 19, 22, 41
Cauchy, A., 40
Church, A., 3-4, 6-9, 12-3, 41
Cournot, A., 6, 26, 39, 41

D'Alembert, J. L. R., 40
Debreu, G., 1-2, 4-8, 17-9, 21-7, 32-9, 41

Eddington, A. S., 21
Escher, M. C., 32
Euclide, 8, 13, 39

Fraenkel, A., 14
Frege, G., 14, 40-1

Gauss, F. K., 14
Gödel, K., 41
Greenberg, M., 40-1
Guillebaud, C. W., 41

Hare, R. M., 33-4, 36, 41
Harrod, R. F., 29
Heijenoort, J. v., 40-1

Keynes, J. M., 29
Kleene, S. C., 3, 9-14, 41
Kolmogorov, A. N., 1, 6, 8-9, 34, 37-8, 41
Kuhn, H. W., 3-4, 35-6

Lagrange, J. L., 3-4, 35-6
Lebesgue, H., 40
Legendre, A. M., 40

Marshall, A., 3, 7, 26, 28-32, 34, 41
Merwe, A. van der, 35, 42
Mill, J. S., 21
Moore, G. H, 40-1
Morgenstern, O., 39, 41
Morse, A. P., 14

Neumann, J. v., 14, 39, 41
Newton, I., 13

Peano, G., 14, 40
Pigou, A. C., 29
Pointcaré, H., 14
Proclo, 40

Raw, G., 35, 42
Robinson, J., 29
Rogers, R., 3, 9, 41
Russell, B., 4, 12, 40-2
Ryle, G., 3, 41

Shepard, R. N., 32
Silberberg, E., 1, 3-4, 6, 34-5, 42
Smith, A., 21
Stevenson, C. L., 16, 21, 42
Stolyar, A. A., 3, 42

Taub, A. H., 41
Tolomeo, 40
Tucker, A. W., 3-4, 35-6

Wallis, J., 40
Weierstrass, K., 40
Whitehead, A. N. 3, 12, 42
Wittgenstein, L., 1-2, 4, 6-7, 12, 14-6, 19-21, 25, 32, 42

Yourgraw, W., 35-42

Zermelo, E., 8, 13-4, 21, 40, 42

Indice analitico.

Agente economico,
conoscenza perfetta, 25, 33, 36
identikit (del), 33
immortale ("infinitely lived"), 32-3
onnisciente, 33, 36
onnipotente, 33
perfetta preveggenza, 25, 33, 36
razionale, 33, 36
Assioma,
contenuto empirico (di un), 28-31
della scelta o di Zermelo, 21, 40
di massimizzazione, 3-5, 11, 15, 17-8, 23-5, 31
dimostrazione circolare (di un), 8, 9-10
'dimostrazione' contraddittoria (di un), 3-4, 6, 7-9, 14
extralogico, 8-9
logico, 8-9
non logico, 8-9
razionalità (di un), 5, 13-4
Contenuto empirico,
di un assioma, 28-31
di una tautologia, 28-31
Contraddizione, 3-4, 11-2, 15-21, 23, 25, 35-40
principio di non, 12, 33
Economia matematica,
astrazione teoretica (in), 28-9, 32-4
consapevolezza metodologica (in), 5-6, 26, 32-3, 40
dilemma (della), 4-5, 13
fallacia (della), 6
incoerenza logica (della), 1, 3-8, 12-4, 14-6, 17-21, 22-5, 37-40
Black, F. (sulla), 36
Silberberg, E. (sulla), 35-6
inconsistenza semantica (della), 26
massimizzazione (in),
assioma di, 3-5
e irrazionalità, 5, 12-4
matematica, 3-5
paradosso (della), 13
razionalità (in), 5, 12-4, 33, 36
realismo metodologico (in), 23-6, 28, 32-3, 37-9
uso della matematica (in), 26-7
secondo Marshall, A., 27-34
uso del linguaggio (in), 16-21, 23-6
fuori controllo, 13, 21
realistico-pittorico, 27-34
secondo Marshall, A., 27-34
Funzione,
misurabile, 38
non misurabile, 38
Geometria, 1, 4, 6, 27, 40
euclidea, 1, 6, 8, 9, 14, 34, 37, 39
non euclidea, 9, 14, 39
Incoerenza logica, vedi
inconsistenza sintattica
Inconsistenza sintattica, 3, 12-4
dell'aritmetica di G. Frege, 40
dell'aritmetica di G. Peano, 40
dell'economia matematica, 3-8, 12-6, 17-21, 22-5, 37-40
di G. Debreu, 22-5, 37-40
Linguaggio ordinario,
uso (di un termine del),
assiomatico, 16-21
ordinario, 16-21
secondo Wittgenstein, L., 16, 20-1
secondo Stevenson, C. L., 16, 20-1
Negazione, 10-3, 20, 22-3
Scienza economica, 6, 34, 40
filosofia (della), 6
metodologia (della), 6
Spazio,
degli stati termodinamici, 38
di probabilità, 38
euclideo bidimensionale, 39
Tautologia, 1-2, 27-8, 31-2
contenuto empirico (di una), 28, 31-2
Teologia,
ed economia matematica, 33-4,
Teoria della probabilità, 1, 8-9, 34, 37-8
Teoria economica,
vedi economia matematica
Termodinamica,
classica, 1, 8-9, 34-5, 37-8
classica statistica, 38
del non equilibrio, 38
Utilitarismo, 13-4, 21, 33-4
secondo Hare, R. M., 33-4, 36
secondo Stevenson, C. L., 21