Liuc Papers

Pubblicazione periodica dell'Università Carlo Cattaneo - LIUC

Numero 283, aprile 2015

Serie

Metodi quantitativi 22

E. Panzarella, C. Rossignoli, F. Strozzi

Il servizio di trasporto urbano di Castellanza analizzato con l'approccio dei giochi cooperativi

Serie: Metodi Quantitativi

Liuc Papers

ISSN:1722-4667

Direttore Responsabile: Piero Cavaleri
Direzione, redazione, amministrazione: Università Carlo Cattaneo - LIUC
C.so Matteotti, 22 - 21053 Castellanza (Va) - Italia
tel. 0331-5721 - fax. 0331-572320

Registro stampa Tribunale di Busto Arsizio n. 11/93 del 11.06.93

Comunicazioni di carattere organizzativo vanno indirizzate a:
Piero Cavaleri, *LIUC Papers*, Università Carlo Cattaneo, Biblioteca «Mario Rostoni»
Corso Matteotti 22, 21053 Castellanza (VA), Tel. 0331-572.267 # E-mail pcavaler@liuc.it

IL SERVIZIO DI TRASPORTO URBANO DI CASTELLANZA ANALIZZATO CON L'APPROCCIO DEI GIOCHI COOPERATIVI

Erika Panzarella, Chiara Rossignoli, Fernanda Strozzi

1. Introduzione

Il servizio di trasporto pubblico rappresenta un importante aspetto dell'amministrazione locale, dato il suo impatto sulla soddisfazione dei cittadini e sull'attività economica. Nella gestione di tale servizio è spesso difficile rendere compatibile l'efficacia con il contenimento dei costi.

D'altra parte, oltre a favorire in generale i cittadini, il servizio avvantaggia in particolare le attività private che rende più facilmente raggiungibili. Si crea così la possibilità per le amministrazioni pubbliche di chiedere ai soggetti coinvolti un contributo allo sviluppo del servizio. La teoria dei giochi cooperativi fornisce criteri per la suddivisione dei costi di un servizio fra più partecipanti.

In questo lavoro tali criteri sono applicati al caso del trasporto pubblico della città di Castellanza, in provincia di Varese. Castellanza è sede dell'Università privata Carlo Cattaneo-LIUC (da qui indicata con LIUC) e di importanti cliniche private, nonché di scuole e supermercati. In particolare lo studio è volto a valutare, secondo la teoria dei giochi, con chi dovrebbe cooperare e quanto dovrebbe contribuire la LIUC.

Nella sezione 2 sono presentati il caso in esame e la metodologia applicata; nella sezione 3 sono descritti i fondamenti teorici delle soluzioni proposte, ossia il vettore di Shapley (1953), la soluzione di Bird (Feltkamp et al., 1999) e il nucleo (Gillies, 1959) (Shapley e Shubik, 1969); nella sezione 4 la teoria è applicata al calcolo dei costi e alla loro ripartizione; infine nella sezione 5 sono presentate le conclusioni.

2. Caso studiato e metodologia applicata

Il servizio di trasporto urbano del comune di Castellanza (VA) è un esempio di partenariato pubblico-privato (PPP); secondo la presentazione del Comune di Castellanza (2014), si tratta di

“una partnership che, tenendo conto dell'interesse pubblico, coinvolge gli attori privati in un modello di servizio efficiente e dai costi più contenuti rispetto ad una gestione diretta, in linea con l'evoluzione normativa ed istituzionale che sta trasformando la pubblica amministrazione”. Il servizio collega i principali punti di interesse della città: nuova Stazione Trenord, vecchia Stazione FNM, clinica Humanitas Mater Domini, clinica Multimedica, LIUC, Esselunga, Il Gigante, Carrefour, includendo inoltre il trasporto scolastico per le scuole primarie e secondarie. Dato il coinvolgimento di più soggetti, il servizio si presta a essere modellizzato mediante la teoria dei giochi cooperativi su rete.

Per definire la rete, ogni fermata rappresenta un nodo e il corrispondente costo è calcolato come prodotto della frequenza settimanale della fermata per la sua distanza dalla fermata precedente; il costo totale è ottenuto sommando dei costi delle fermate. Poiché lo scopo principale del servizio è il collegamento di alcuni luoghi di interesse (scuole, ospedali e supermercati) con la nuova stazione Trenord di Castellanza, decentrata rispetto al centro abitato, tale stazione rappresenta il nodo origine, cui tutti gli altri nodi vogliono connettersi. A ciascuno di tali nodi è associato un giocatore, ossia il soggetto pubblico o privato che trae maggiore vantaggio dalla fermata.

Una volta definito l’insieme dei giocatori, la teoria dei giochi cooperativi permette di determinare possibili ripartizioni del costo totale tra essi, considerandoli uniti nella “grande coalizione” che li comprende tutti. Trattando il tragitto esistente come albero minimo, sono stati utilizzati come criteri di ripartizione la soluzione di Bird e il vettore di Shapley. L’insieme dei giocatori è stato partizionato secondo la zona di appartenenza, centrale o periferica, lasciando la LIUC a sè stante. Sempre considerando la LIUC, si sono confrontate le possibili ripartizioni qualora si coalizzasse con i giocatori della zona centrale oppure fornisse il servizio da sola.

3. Fondamenti teorici

3.1 Giochi cooperativi

Si dice gioco cooperativo in forma caratteristica la coppia $G = (N, v)$, dove $N = \{1, 2, ..., n\}$ è l’insieme dei giocatori e $v(S)$, con v: $S \rightarrow R$, è la funzione caratteristica che assegna a ogni possibile *coalizione S*, sottoinsieme di *N,* il guadagno o il costo associato a tale coalizione. Poiché il gioco sull’albero minimo è un gioco di costi, nel seguito v rappresenta un costo. La funzione v si dice *subadditiva* se vale:

$$v(S \cup T) \leq v(S) + v(T) \qquad (1)$$

per tutte le coalizioni S e T, sottoinsiemi disgiunti di N, ovvero se il costo della coalizione data dall'unione di S e T è minore della somma dei costi delle coalizioni S e T a sé stanti. Di conseguenza l'unione è vantaggiosa (o almeno non dannosa) per entrambe le coalizioni. Il minimo costo totale si ha se i giocatori si mettono tutti insieme, formando la grande coalizione N. Una *soluzione* del gioco è un vettore (x_1, x_2, ..., x_n) che rappresenta una spartizione del costo minimo totale. Una soluzione appartiene al *nucleo* se soddisfa le seguenti condizioni:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = v(N) \tag{2}$$

$$x_i \leq v(i) \text{ per ogni } i \tag{3}$$

$$\sum_{i \in S} x_i \leq v(S) \qquad \text{per ogni } S \tag{4}$$

La condizione (2), detta di *razionalità collettiva*, richiede che i giocatori si spartiscano l'intero costo; in base alla condizione (3), detta di *razionalità individuale,* ciascun giocatore paga meno, o almeno non di più, rispetto all'agire da solo. Infine la (4) è la condizione di *razionalità intermedia*: nessuna coalizione paga di più rispetto all'agire per conto proprio. Ripartendo i costi secondo una soluzione del nucleo, nessun giocatore e nessuna coalizione pagano di più rispetto a ciò che dovrebbero sostenere da soli. Se questa condizione di stabilità è soddisfatta, a nessuno conviene uscire dalla grande coalizione. D'altra parte il nucleo può contenere ripartizioni poco soddisfacenti dal punti di vista dell'equità. Inoltre, non è garantita l'esistenza né l'unicità di tale soluzione.

3.2 Il vettore di Shapley

Una soluzione dotata della proprietà di esistenza e unicità è data dal vettore di Shapley x*. Si tratta di un'imputazione basata sul *contributo marginale* del giocatore i a ogni coalizione S non contenente i, ossia sulle differenze $v(S \cup i) - v(S)$ che rappresentano l'incremento di costo dovuto all'ingresso di i in S. La componente i del vettore di Shapley è la media dei contributi marginali di i quando si unisce a tutte le possibili coalizioni che non lo contengono:

$$x_i^* = \sum_{S \subseteq N : i \notin S} \frac{s!(n-s-1)!}{n!} \left[v(S \cup i) - v(S) \right] \tag{5}$$

dove s ed n sono rispettivamente il numero degli elementi di S e il numero degli elementi di N. Il vettore di Shapley soddisfa un requisito di equità, in quanto calcolata in base all'incremento di costi provocato in media da ciascun giocatore entrando a far parte di una coalizione.

3.3 Minimum Spanning Tree Game

Un *MCSTG* (*minimum cost spanning tree game*) si ottiene associando un giocatore a ciascun nodo, esclusa l'origine, e supponendo che tutti i giocatori si uniscano nella grande coalizione per connettersi all'origine al minimo costo, dato dall'albero minimo (Granot e Huberman, 1981). Oltre alle soluzioni del nucleo e al vettore di Shapley, nel caso del *MCSTG* si può anche utilizzare la soluzione di Bird (1976), che sfrutta l'algoritmo di Prim per la determinazione dell'albero minimo (Cormen, 2009).

3.4 La soluzione di Bird

Secondo la soluzione di Bird, si attribuisce il costo del ramo attivato a ogni passo dell'algoritmo di Prim al nodo, e quindi al giocatore, connesso alla sorgente in quel passo. La soluzione di Bird esiste sempre, ma non è necessariamente unica, qualora l'albero minimo non fosse unico.

4. Calcolo dei costi e loro ripartizione

Volendo analizzare la ripartizione dei costi per il servizio esistente, il percorso è stato assunto come albero minimo, senza procedere alla sua ottimizzzazione. I giocatori si ripartiscono il costo del servizio di trasporto, rappresentato da tale albero. Il ramo che chiude il percorso, riportando dalla penultima fermata all'origine, è stato in ciascun caso imputato a un opportuno giocatore.

4.1 Calcolo dei costi

L'orario del servizio di trasporto urbano di Castellanza nel periodo considerato, dal 25 febbraio 2012 al 1 settembre 2013, è mostrato nella Tabella 1. Tutte le corse sono circolari e il capolinea di via Morelli corrisponde alla nuova stazione Trenord, mentre ciascuna delle altre 11 fermate è servita da una o più corse, numerate da 1 a 5.

Tabella 1. Orario delle corse

Corsa	**1**	**1**	**1**	**2**	**3**	**4**	**2**	**4**	**2**	**4**	**2**	**4**	**2**
Morelli		6:50	7:20	7:50	8:00	8:20	8:50	9:20	9:50	10:20	10:50	11:20	11:50
Pomini		6:55	7:25	7:54		8:24	8:54	9:24	9:54	10:24	10:54	11:24	11:54
V. Veneto				7:56		8:26	8:56	9:26	9:56	10:26	10:56	11:26	11:56
Matteotti				7:58		8:28	8:58	9:28	9:58	10:28	10:58	11:28	11:58
Mulini						8:30		9:30		10:30		11:30	
Lombardia						8:34		9:34		10:34		11:34	
Tevere						8:36		9:36		10:36		11:36	
Sauro				8:00			9:00		10:00		11:00		12:00
Piemonte				8:05			9:05		10:05		11:05		12:05
Azimonti					8:05								
Borri				8:07			9:07		10:07		11:07		12:07
XXV Aprile	6:30	7:05	7:35			8:38		9:38		10:38		11:38	
Morelli	6:35	7:10	7:40	8:13	8:13	8:42	9:13	9:42	10:13	10:42	11:13	11:42	12:13

Corsa	**5**	**4**	**2**	**5**	**4**	**2**	**5**	**4**	**2**	**4**	**2**	**4**
Morelli	11:50	12:20	12:50a	12:50	13:20	13:50	13:50	14:20	14:50	15:20	15:50	16:20
Pomini	11:54	12:24	12:54	12:54	13:24	13:54	13:54	14:24	14:54	15:24	15:54	16:24
V. Veneto	11:56	12:26	12:56	12:56	13:26	13.56	13.56	14:26	14:56	15:26	15:56	16:26
Matteotti	11:58	12:28	12:58	12:58	13:28	13:58	13:58	14:28	14:58	15:28	15:58	16:28
Mulini		12:30			13:30			14:30		15:30		16:30
Lombardia		12:34			13:34			14:34		15:34		16:34
Tevere		12:36			13:36			14:36		15:36		16:36
Sauro	12:00		13:00	13:00		14:00	14:00		15:00		16:00	
Piemonte			13:05			14:05			15:05		16:05	
Azimonti	12:05			13:05			14:05					
Borri			13:07			14:07			15:07		16:07	
XXV Aprile		12:38			13:38			14:38		15:38		16.38
Morelli	12:13	12:42	13:13	13:13	13:42	14:13	14:13	14:42	15:13	15:42	16:13	16:42

Corsa	**2**	**4**	**2**	**4**	**2**	**4**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
Morelli	16:50	17:20	17:50	18:20	18:50	19:20	19:50	20:10	20:20	20:30	20:50	21:15
Pomini	16:54	17:24	17:54	18:24	18:54	19:24	19:54	20:14	20:24	20:34	20:54	21:20
V. Veneto	16.56	17.26	17:56	18:26	18:56	19:26						
Matteotti	16:58	17:28	17.58	18:28	18:58	19:28						
Mulini		17:30		18:30		19:30						
Lombardia		17.34		18:34		19:34						
Tevere		17:36		18:36		19:36						
Sauro	17:00		18:00		19:00							
Piemonte	17:05		18:05		19:05							
Azimonti												
Borri	17:07		18:07		19:07							
XXV Aprile		17:38		18:38		19:38	19:58	20:16	20:26	20:36	20:56	
Morelli	17:13	17:42	18.13	18.42	19:13	19:42	20:00	20:20	20:30	20:40	21:00	

Vi sono tre linee diverse, su ciascuna si possono distinguere corse diverse secondo che le potenziali fermate lungo tale linea siano effettuate o meno. La Tabella 2 mostra l'appartenenza delle varie corse alle tre linee.

Tabella 2. Associazione delle corse alle linee

Linee / **Corse**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
A (verde)	X			X	
B (rossa)	X	X			
C (viola)			X		X

La frequenza settimanale di ciascuna corsa è mostrata nella Tabella 3.

Tabella 3. Frequenza settimanale delle corse

	Frequenza giornaliera	***Giorni***	**Frequenza settimanale**	***Totale***
Corsa 1	9	6 gg/sett	54	54
Corsa 2	8	6 gg/sett	48	
Corsa 2 (7:50)	1	5 gg/sett	5	
Corsa 2 (11:50)	1	5 gg/sett	5	65
Corsa 2 (12:50)	1	4 gg/sett	4	
Corsa 2 (13:50)	1	3 gg/sett	3	
Corsa 3	1	1 gg/sett	1	1
Corsa 4	12	6 gg/sett	72	72
Corsa 5 (11:50)	1	1 gg/sett	1	
Corsa 5 (12:50)	1	4 gg/sett	4	8
Corsa 5 (13:50)	1	3 gg/sett	3	

Nella Tabella 4 si sono calcolate la frequenza settimanale con cui ogni fermata è servita dalle rispettive corse e la distanza di ciascuna fermata dalla precedente. Nella maggior parte dei casi la distanza tra due fermate consecutive non varia secondo le corse; fa eccezione la fermata di via Azimonti, per la quale sono state considerate separatamente le diverse distanze dalla precedente nelle due corse che la effettuano, e l'origine, a cui si può tornare secondo due tragitti diversi. Infine il costo attribuito a ciascuna fermata è il prodotto della frequenza settimanale per la distanza, quindi la distanza pesata. Tale costo è un'approssimazione dell'effettivo costo totale che dovrebbe includere anche, per esempio, i costi legati all'acquisto e alla manutenzione dei mezzi di trasporto, al carburante e al personale. Si trascura inoltre il ricavo derivante dalla vendita dei biglietti, da cui sono però esentati gli utenti della LIUC.

Tabella 4. Distanze pesate

Fermata	**Corsa 1**	**Corsa 2**	**Corsa 3**	**Corsa 4**	**Corsa 5**	**Frequenza**	**Distanza**	**Distanza pesata**
Morelli								
Pomini	54	65		72	8	199	975.0	194025.0
V. Veneto		65		72	8	145	562.5	81562.5
Matteotti		65		72	8	145	562.5	81562.5
Mulini				72		72	300.0	21600.0
Lombardia				72		72	750.0	54000.0
Tevere				72		72	450.0	32400.0
Sauro		65			8	73	375.0	27375.0
Piemonte		65				65	3000.0	195000.0
Azimonti			1			1	1950.0	1950.0
					8	8	2100.0	16800.0
Borri		65				65	1050.0	68250.0
XXV Aprile	54			72		126	825.0	103950.0
Morelli	54			72		126	975.0	122850.0
		65	1		8	74	2062.5	152625.0
								1153950.0

Per considerare questo caso reale come un gioco su rete, anzitutto si considerano le fermate quali nodi della rete. Per ciascun nodo si individua poi il principale punto di interesse, come mostrato nella Tabella 5. La stazione nuova, ossia l'origine, è indicata come nodo 0. Le fermate di via Pomini e piazza XXV Aprile, entrambe corrispondenti alla stazione vecchia, sono state associate allo stesso nodo 1. Oltre alla somma delle due distanze pesate, al nodo 1 è imputata anche la distanza pesata del capolinea di via Morelli da piazza XXV Aprile e da via Borri, ossia i rami che chiudono i tragitti, riportando all'origine. Per quanto riguarda il nodo 9, corrispondente alla fermata di via Azimonti, si sommano i due valori ottenuti in precedenza.

Tabella 5. Nodi e costi associati

Nodo	**Fermata**	**Punto di interesse**	**Costo**	**Costo percentuale**
0	Morelli	Stazione nuova		
1	Pomini/ XXV Aprile	Stazione vecchia	573450.0	49.70
2	V. Veneto	Municipio	81562.5	7.07
3	Matteotti	LIUC	81562.5	7.07
4	Mulini	Clinica Humanitas	21600.0	1.87
5	Lombardia	Asilo nido comunale	54000.0	4.68
6	Tevere	Zona residenziale	32400.0	2.81
7	Sauro	Il Gigante	27375.0	2.37
8	Piemonte	Ospedale Multimedica	195000.0	16.90
9	Azimonti	Istituto Facchinetti	18750.0	1.62
10	Borri	Esselunga	68250.0	5.91
			1153950.0	100.00

Nella Figura 1 sono rappresentate le tre linee e i rispettivi nodi

Figura 1. Le tre linee di autobus con le rispettive fermate o nodi secondo la numerazione della Tabella 5.

4.2 Ripartizione del costo mediante la soluzione di Bird

I giocatori sono associati ai nodi, escluso il nodo 0 che è pubblico, nel seguente modo:

- i nodi 5 e 6 sono accorpati al nodo 2 e attribuiti al Comune;
- agli altri nodi corrisponde il giocatore maggiormente interessato alla corrispondente fermata.

La soluzione di Bird associa a ciascun nodo il costo del ramo che lo connette al nodo precedente. Sommando i costi dei nodi attribuiti a ciascun giocatore si ottiene tale soluzione, riportata nella Tabella 6.

Tabella 6. Giocatori e soluzione di Bird

Nodi	**Giocatore**	**Costo**	**Costo percentuale**
1	Trenord	573450.0	49.70
2, 5, 6	Comune	167962.5	14.56
3	LIUC	81562.5	7.07
4	Humanitas	21600.0	1.87
7	Il Gigante	27375.0	2.37
8	Multimedica	195000.0	16.90
9	Facchinetti	18750.0	1.62
10	Esselunga	68250.0	5.91
		1153950.0	100.00

I giocatori cui è attribuito un costo maggiore sono Trenord (pesa molto la frequenza settimanale delle corrispondenti fermate e il costo dei rami che chiudono il tragitto) e Multimedica (pesa molto la distanza dal nodo precedente).

4.3 Ripartizione del costo mediante il vettore di Shapley

Il calcolo del vettore di Shapley richiede la conoscenza di $v(S)$, costo di ogni coalizione S. Per semplicità si sono raggruppati i giocatori in tre sottoinsiemi. Il gruppo A contiene i giocatori nel centro città, ossia Comune, Trenord e Humanitas; il gruppo C raggruppa tre soggetti in zone periferiche, Il Gigante, Multimedica, Esselunga e Istituto Facchinetti; la LIUC, oggetto principale del presente studio, nonostante sia in centro è stata studiata separatamente come gruppo B.

Il costo $v(S)$ è quello di un servizio di trasporto indipendente, che serva solo i nodi della coalizione S basandosi sui tragitti esistenti. Considerando il gruppo A, costituito da Trenord, Comune e Humanitas, corrispondenti ai nodi 1, 2, 4, 5 e 6, si ottiene il tragitto indicato nella Tabella 7. Le corse 2, 3 e 5 sono eliminate. La fermata attribuita alla LIUC è eliminata,

attribuendo la sua distanza alla fermata successiva di via Mulini ma lasciando invariata la frequenza di quest'ultima.

Tabella 7. Costo del gruppo A

Nodo	Fermata	Corsa 1	Corsa 4	Frequenza	Distanza	Distanza pesata
0	Morelli					
1	Pomini	54	72	199	975.0	194025
2	V. Veneto		72	72	562.5	40500
4	Mulini		72	72	862.5	62100
5	Lombardia		72	72	750.0	54000
6	Tevere		72	72	450.0	32400
1	XXV Aprile	54	72	126	825.0	103950
0	Morelli	54	72	126	975.0	122850
						609825

Per il gruppo B, ovvero la coalizione formata dalla sola LIUC, nodo 3, la distanza è il tragitto di andata e ritorno dalla stazione nuova, mantenendo invariata la frequenza settimanale. Il costo del gruppo B risulta pari a 609000, come mostra la Tabella 8.

Tabella 8. Costo del gruppo B

Nodo	Fermata	Frequenza	Distanza	Distanza pesata
3	Matteotti	145	4200	609000

Infine per il gruppo di giocatori C, formato da Il Gigante, Multimedica, Esselunga e Istituto Facchinetti, ossia i nodi 7, 8, 9, 10, la Tabella 9 mostra il calcolo del costo totale.

Tabella 9. Costo del gruppo C

Nodo	Fermata	Corsa 2	Corsa 3	Corsa 5	Frequenza	Distanza	Distanza pesata
0	Morelli						
7	Sauro	65		8	73	2475.0	180675
8	Piemonte	65			65	3000.0	195000
9	Azimonti		1		1	1950.0	1950
				8	8	2100.0	16800
10	Borri	65			65	1050.0	68250
0	Morelli	65	1	8	74	2062.5	152625
							615300

Per completare il calcolo della funzione caratteristica, si devono considerare le coalizioni tra i gruppi di giocatori A, B e C. La coalizione formata dai gruppi A e B (Trenord, Comune, LIUC, Humanitas) presenta il costo calcolato nella Tabella 10.

Tabella 10. Costo del gruppo AB

Nodo	**Fermata**	**Corsa 1**	**Corsa 4**	**Frequenza**	**Distanza**	**Distanza pesata**
0	Morelli					
1	Pomini	54	72	199	975	194025
2	V. Veneto		72	145	562.5	40500
3	Matteotti		72	145	562.5	40500
4	Mulini		72	72	300	62100
5	Lombardia		72	72	750	54000
6	Tevere		72	72	450	32400
1	XXV Aprile	54	72	126	825	103950
0	Morelli	54	72	126	975	122850
						650325

Per la coalizione AC, formata da Trenord, Comune, Humanitas, Il Gigante, Multimedica, Esselunga e Istituto Facchinetti, è riportato in Tabella 11 il calcolo del costo.

Tabella 11. Costo del gruppo AC

Nodo	**Fermata**	**Corsa 1**	**Corsa 2**	**Corsa 3**	**Corsa 4**	**Corsa 5**	**Frequenza**	**Distanza**	**Distanza pesata**
0	Morelli								
1	Pomini	54	65		72	8	199	975.0	194025.0
2	V. Veneto		65		72	8	145	562.5	81562.5
4	Mulini				72		72	862.5	62100.0
5	Lombardia				72		72	750.0	54000.0
6	Tevere				72		72	450.0	32400.0
7	Sauro		65			8	73	375.0	27375.0
8	Piemonte		65				65	3000.0	195000.0
9	Azimonti			1			1	1950.0	1950.0
						8	8	2100.0	16800.0
10	Borri		65				65	1050.0	68250.0
1	XXV Aprile	54			72		126	825.0	103950.0
0	Morelli	54			72		126	975.0	122850.0
			65	1		8	74	2062.5	152625.0
									1112887.5

Pur mancando il giocatore B (Università Cattaneo), i tragitti non si modificano, quindi la distanza dell'Università Cattaneo è sommata alla Humanitas.

Per quanto riguarda infine la coalizione BC, formata dai giocatori Multimedica, Esselunga, Istituto Facchinetti e Università Cattaneo, il costo è calcolato nella Tabella 12.

Tabella 12. Costo del gruppo BC

Nodo	Fermata	Corsa 2	Corsa 3	Corsa 5	Frequenza	Distanza	Distanza pesata
0	Morelli						
3	Matteotti	65		8	73	2100.0	153300
7	Sauro	65		8	73	375.0	27375
8	Piemonte	65			65	3000.0	195000
9	Azimonti		1		1	1950.0	1950
				8	8	2100.0	16800
10	Borri	65			65	1050.0	68250
0	Morelli	65	1	8	74	2062.5	152625
							615300

Alla coalizione BC corrisponde un nuovo percorso: dall'origine raggiunge la LIUC (con frequenza più elevata rispetto alle altre fermate), poi Multimedica, da qui Esselunga e, con minor frequenza, Istituto Facchinetti. La LIUC ha un peso maggiore in quanto usufruisce maggiormente del servizio rispetto alle altre fermate.

La funzione caratteristica così ottenuta è rappresentata nella Tabella 13.

Tabella 13. Funzione caratteristica

S	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
$v(S)$	609825	609000	615300	650325	1112887.5	651300	1153950

Il vettore di Shapley è dato da:

$$x^* = (460643.75, 229437.5, 463868.75) \quad (6)$$

Il gruppo B, la LIUC, è quello che dà un contributo marginale medio minore al costo, pertanto dovrebbe contribuire in misura minore a coprire il costo totale.

4.4 Confronto tra le soluzioni di Bird e di Shapley

Per rendere possibile il confronto della soluzione di Shapley con la soluzione di Bird, le componenti di quest'ultima sono state sommate in corrispondenza dei gruppi A, B e C, ottenendo:

$$x^{\wedge} = (763012.5, 81562.5, 309375) \quad (7)$$

La soluzione di Bird, rispetto a quella di Shapley, attribuisce un costo minore alla LIUC. Infatti essa considera solo la distanza di un giocatore dal precedente, molto piccola nel caso

della LIUC, mentre la soluzione di Shapley è una media di tutti gli incrementi di costo dovuti all'ingresso del giocatore considerato in ogni possibile coalizione.

Volendo determinare l'eventuale appartenenza al nucleo, ovvero il soddisfacimento delle condizioni di razionalità individuale, intermedia e collettiva, di una soluzione x, il corrispondente sistema di disequazioni è il seguente:

$$\begin{cases} x_{\mathrm{A}} \le v(\mathrm{A}) \\ x_B \le v(\mathrm{B}) \\ x_C \le v(\mathrm{C}) \\ x_{\mathrm{A}} + x_{\mathrm{B}} \le v(\mathrm{A},\mathrm{B}) \\ x_{\mathrm{A}} + x_{\mathrm{C}} \le v(\mathrm{A},\mathrm{C}) \\ x_{\mathrm{B}} + x_{\mathrm{C}} \le v(\mathrm{B},\mathrm{C}) \\ x_{\mathrm{A}} + x_{\mathrm{B}} + x_{\mathrm{C}} = v(\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C}) \end{cases} \tag{8}$$

Ovvero nessun sottoinsieme A, B o C, o gruppo di sottoinsiemi, paga più di quanto pagherebbe fornendo il servizio in modo autonomo. Il confronto è riassunto per entrambe le soluzioni nella Tabella 14.

Tabella 14. Appartenenza delle soluzioni al nucleo

	Bird	**Shapley**	***v*(S)**
A	763012.50	460643.75	609825.00
B	81562.50	229437.50	609000.00
C	309375.00	463868.75	615300.00
AB	844575.00	690081.25	650325.00
AC	1072387.50	924512.50	1112887.50
BC	390937.50	693306.25	651300.00
ABC	1153950.00	1153950.00	1153950.00

Nessuna delle due soluzioni appartiene al nucleo; in entrambi i casi, la condizione infranta è quella di razionalità del gruppo AB, formato da Trenord, Comune, Humanitas e LIUC, che quindi avrebbe convenienza a uscire dalla grande coalizione se la ripartizione dei costi fosse quella indicata da Bird o da Shapley.

Considerando in particolare il giocatore LIUC, anzitutto in entrambe le soluzioni il costo sostenuto è minore rispetto a quello di un servizio proprio di collegamento con la stazione. Se LIUC e il gruppo A volessero istituire un servizio per conto loro, ogni possibile ripartizione nel nucleo (x_{A}, x_{B}) è soluzione del seguente sistema:

$$x_A \leq v(A)$$
$$x_B \leq v(B) \qquad (9)$$
$$x_A + x_B = v(A, B)$$

ossia, sostituendo i valori della funzione caratteristica:

$$x_A \leq 609825$$
$$x_B \leq 609000 \qquad (10)$$
$$x_A + x_B = 650325$$

che dà le infinite soluzioni (x_A, $x_B = 650325 - x_A$) con $41325 \leq x_A \leq 609825$.

Poiché da sola dovrebbe pagare $v(B) = 609000$, la LIUC non sarebbe disposta, coalizzandosi con A, e pagare di più. All'estremo opposto, se A si accollasse un costo pari a quello che dovrebbe comunque sostenere da solo, pari a 609825, il contributo di B si ridurrebbe a 41325. In tal caso la LIUC avrebbe maggiore convenienza a coalizzarsi con A che a far parte della grande coalizione.

4.5 Limiti e sviluppi futuri

L'analisi è stata svolta considerando le seguenti ipotesi restrittive, per poter delimitare il campo di analisi:

- le soluzioni di Bird e Shapley sono state calcolate considerando il Comune alla pari degli altri giocatori; l'analisi svolta resta comunque valida se si suppone che i giocatori "privati" si spartiscano solo il costo residuo rispetto a quanto pagato dal Comune;
- concentrandosi sulle possibili ripartizioni del costo del servizio esistente, l'analisi ha considerato come un dato i tragitti esistenti, che non sono stati ottimizzati;
- i tragitti considerati sono stati validi dal 25 febbraio 2012 al 1 settembre 2013, successivamente hanno subito variazioni;
- il calcolo dei costi ha tenuto conto solo delle variabili date dalla frequenza settimanale e dalle distanze tra le fermate, trascurando le altre variabili di costo e di ricavo, come il ricavo dai biglietti, il costo del carburante, quello dei mezzi impiegati e del personale;

- nel calcolo del vettore di Shapley i giocatori sono stati raggruppati, ma si potrebbe considerarli separatamente.

5. Conclusioni

Il servizio di trasporto urbano del Comune di Castellanza è analizzato sotto l'aspetto teorico della spartizione del costo di tale servizio tra tutti gli agenti che ne usufruiscono, individuati in base alla localizzazione delle fermate. Il costo è approssimato mediante la distanza pesata per la frequenza settimanale. L'obiettivo è quello di valutare le possibili soluzioni dal punto di vista della LIUC.

Per analizzare le possibili ripartizioni dei costi, sono stati utilizzati due metodi: la soluzione di Bird, che tiene conto della distanza tra una fermata e la fermata precedente, e il vettore di Shapley, che tiene conto del contributo marginale medio ai costi.

Il vettore di Shapley è per costruzione una soluzione più equa rispetto a quella di Bird; ma nel nostro caso nessuna delle due appartiene al nucleo, ovvero nessuna è stabile e ciò implica che potrebbe essere conveniente per qualche giocatore uscire dalla grande coalizione e rimanere da solo o formare sotto-coalizioni.

In assenza del servizio pubblico, il costo che la LIUC dovrebbe sostenere per avere un collegamento proprio con la stazione Trenord risulterebbe elevato. Quindi la situazione esistente, secondo le possibili ripartizioni dei costi proposte dalla teoria dei giochi, è vantaggiosa per la LIUC anche se, come mostra la condizione del nucleo non soddisfatta, vi sarebbe per il giocatore LIUC la possibilità di una coalizione più vantaggiosa con il gruppo A, contenente i giocatori della zona centrale ed in particolare il Comune.

Bibliografia

Bird C. G. (1976), *On cost allocation for a spanning tree: A game theoretic approach*, «Networks», 6, 335–350.

Comune di Castellanza (2014), tratto il 29 luglio 2014 da http://www.castellanza.org/news/31/117/4542/6.

Cormen T. H. (2009), *The Algorithms of Kruskal and Prim*, in Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L. e Stein, C., *Introduction to Algorithms*, MIT Press e McGraw-Hill.

Feltkamp V., Tijs T., Muto S. (1999), *Bird's tree allocations revisited*, in García-Jurado, I., Patrone, F. e Tijs, S. (a cura di), *Game Practice: Contribution for Applied Game Theory*, Kluwer Academic Publisher, Dordretch, The Netherlands, 75–89.

Gillies D. B. (1959), *Solutions to general non-zero-sum games* in *Contributions to the Theory of Games*, 4, 47-85.

Granot D., Huberman, G. (1981), *Minimum cost spanning tree games*, «Mathematical Programming», 21(1), 1-18.

Shapley L. S. (1953), *A Value for n-person games*, in Kuhn, H. W. e Tucker, A. W. (a cura di), *Contributions to the Theory of Games*, Princeton University Press, Princeton, 307-317.

Shapley L. S. e Shubik, M. (1969), *Pure competition, coalitional power, and fair division*, «International Economic Review», 10(3), 337-362.

Sommario

Il trasporto pubblico locale può favorire le attività economiche private presenti nell'area da esso servita. Se coinvolti in un "partenariato pubblico-privato" (PPP), i soggetti economici che traggono beneficio dal servizio pubblico possono partecipare alla sua definizione e ai suoi costi. In questo lavoro si studia il trasporto pubblico della città di Castellanza (VA), sede dell'Università Cattaneo, oltre che di importanti cliniche private, scuole e supermercati. Le tecniche della teoria dei giochi cooperativi sono state utilizzate per suddividere i costi del servizio e per identificare le coalizioni più convenienti per l'Università Cattaneo.

Abstract

Local public transport can promote private economic activities in the area that it serves. In being part of a "Public-Private Partnership" (PPP), the economic agents who benefit from a public service can participate to its definition and its costs. This paper studies the public transport in the town of Castellanza (Varese, Italy), where Cattaneo University is located, together with some major private clinics, schools and supermarkets. The techniques of the theory of cooperative games have been used to allocate the costs of the service and to identify the most convenient coalitions for Cattaneo University.

Nota biografica sugli autori

Ing. Erika Panzarella

L'Ing. Erika Panzarella ha conseguito la Laurea Magistrale in Ingegneria Gestionale per la Produzione Industriale nel 2013 presso l'Università Carlo Cattaneo-LIUC. Durante la sua esperienza lavorativa si è occupata di: Project Management presso Phonetica s.p.a di Paderno Dugnano (MI), di gestione dati presso il Municipio di Parigi (Mairie XVII°) e di operazioni di organizzazione con il calcolatore presso la Bosch Rexroth di Cernusco sul Naviglio. Attualmente si occupa di miglioramento e monitoraggio dei processi legati alla vendita e all'attivazione dei contratti presso Sky Italia.

Dr. Chiara Rossignoli

Chiara Rossignoli (Dottorato di Ricerca, Università di Firenze; Laurea in Discipline Economiche e Sociali, Università Bocconi, 1988). Presso la LIUC è docente a contratto nei corsi di Matematica per Economia, Finanza e Management (Corso di Laurea in Economia Aziendale), di Ricerca Operativa per le Applicazioni Industriali e di Analisi (Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale) e di Metodi Matematici per le Applicazioni Industriali (Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Gestionale).

Prof. Fernanda Strozzi

Fernanda Strozzi si è laureata in Matematica presso l'Università di Pavia, ed è stata proclamata Dottore di Ricerca in Ingegneria Chimica presso l'Università di Twente nei Paesi Bassi nel 1997. E ' professore associato presso l'Università Carlo Cattaneo-LIUC, dove insegna Introduzione alla Teoria del Controllo e Metodi Matematici per le Applicazioni Industriali. I suoi principali interessi di ricerca riguardano la teoria dei sistemi non lineari, l' analisi di serie temporali, il controllo e la stabilità dei sistemi dinamici, l'effetto bullwhip, la teoria delle reti complesse e di recente ha iniziato a lavorare sulla sostenibilità delle supply chain e le reti bibliografiche. Su questi temi è autrice di circa 100 pubblicazioni in collaborazione con centri di ricerca nazionali ed internazionali. E' stata responsabile di work package in due progetti europei, uno sulla sicurezza dei processi chimici (AWARD, 5 ° PQ 2002-2005) e un altro sulla teoria delle reti complesse applicate a reti artificiali costruite dall'uomo, come le reti elettriche e le filiere (MANMADE, 6 ° PQ, 2007-2009). E'reviewer per diverse riviste scientifiche, tra cui: International Journal of Production Economia, International Journal of Research Production, Decision Support System, Physica A, T-ASE: Transaction on Automation Science and Engineering, International Journal of Sistems Science.

Biographical sketches

Ing. Erika Panzarella

Ing. Erika Panzarella received her Master of Science in Management Engineering for Industrial Production in 2013 at the University Carlo Cattaneo-LIUC. During her work experience she was involved in: project management activities at Phonetica spa Paderno Dugnano (MI), data management at the Paris City Hall (Mairie XVII) and operations organization with computer at the Bosch Rexroth. She is currently working for improvement and monitoring the processes related to the sales and activation of contracts with Sky Italy.

Dr. Chiara Rossignoli

Chiara Rossignoli (PhD, University of Florence; Degree in Economics, Bocconi University, 1988). She is a lecturer at LIUC in Financial Mathematics, Calculus and Operations Research (Bachelor in Economics and Bachelor in Engineering) and Mathematical Methods (Master of Science in Engineering).

Prof. Fernanda Strozzi

Fernanda Strozzi was graduated in Mathematics at the University of Pavia, and received her PhD in Chemical Engineering from the University of Twente in the Netherlands in 1997. She is a associate professor at the Carlo Cattaneo University-LIUC where she is teaching Introduction to Control Theory and Mathematical Methods for Industrial Applications. Her main research interests include the theory of nonlinear systems, time series analysis, control and stability of dynamical systems, bullwhip effect, complex networks theory and recently she has started to work on sustainability of supply chain and bibliographic networks. On these issues she is the author of about 100 publications in collaboration with national and foreign research centres. She was work package leader in two European projects, one on the safety of chemical reactors (AWARD, FP5 2002-2005) and another on the theory of complex networks applied to manmade networks such as power grids and supply chains (MANMADE,FP6, 2007-2009). She is reviewer for several scientific journals, between them: International Journal of Production Economics, International Journal of Production Research, Decision Support System, Physica A, T-ASE: Transaction on Automation Science and Engineering, International Journal of Systems Science.