Liuc Papers

Pubblicazione periodica dell'Università Carlo Cattaneo - LIUC

Numero 272, marzo 2014

Serie

Metodi Quantitativi 21

Rossella Pozzi, Fernanda Strozzi

Esempi di reti complesse

Serie: Metodi Quantitativi

Liuc Papers

ISSN:1722-4667

Direttore Responsabile: Piero Cavaleri
Direzione, redazione, amministrazione: Università Carlo Cattaneo - LIUC
C.so Matteotti, 22 - 21053 Castellanza (Va) - Italia
tel. 0331-5721 - fax. 0331-572320

Registro stampa Tribunale di Busto Arsizio n. 11/93 del 11.06.93

Comunicazioni di carattere organizzativo vanno indirizzate a:
Piero Cavaleri, *LIUC Papers*, Università Carlo Cattaneo, Biblioteca «Mario Rostoni»
Corso Matteotti 22, 21053 Castellanza (VA), Tel. 0331-572.267 # E-mail pcavaler@liuc.it

ESEMPI DI RETI COMPLESSE

Rossella Pozzi, Fernanda Strozzi

1. Introduzione

Con il presente articolo s'intende mostrare i risultati delle *network analysis* condotte da quattro gruppi di studenti di Ingegneria Industriale del corso di Metodi Matematici per le Applicazioni Industriali della LIUC-Università Cattaneo di Castellanza. In letteratura la teoria dei grafi (o reti) è stata applicata a svariati settori (Wang et al., 2008) e la *network analysis*, ovvero lo studio delle caratteristiche dell'insieme di nodi e archi che costituiscono i grafi, ha trovato applicazione spaziando dalle reti di citazioni, nelle quali filoni di ricerca sono rappresentati come reti (Strozzi & Colicchia, 2012), alle reti sociali ampiamente documentate da Scott (2010), usate per indagare relazioni di tipo sociale (dalla comunità alle organizzazioni aziendali passando per i social network).

Per ciascuno degli ambiti indagati dai gruppi di studenti (linguistico, collaborazioni, man-made e sapori) è possibile individuare in letteratura dei lavori precedenti che li riguardano. Altieri, Gruenenfelder, & Pisoni (2011) propongono un'esaustiva analisi della letteratura circa l'utilizzo della teoria dei grafi nell'ambito linguistico. Tra i lavori citati, lo studio della struttura della lingua inglese svolto da Motter et al. (2008): con riferimento al dizionario Thresaurus inglese, gli autori considerano collegate tra loro parole che esprimono lo stesso concetto. L'indagine del *clustering coefficient* conferma l'attesa di componenti strettamente connesse tra loro all'interno del glossario, ovvero aree semantiche ben distinguibili. Un'indagine che dà simili risultati è condotta da Steyvers & Tenenbaum (2005) con riferimento a WordNet, una rete semantico lessicale sviluppata a Princeton da G. A. Miller, dove i nodi (le parole) sono connessi tra loro sulla base del significato (Fellbaum, 1998; Miller, 1995). In letteratura, diversi studi riguardano le reti di collaborazioni intese come rapporti di lavoro tra i personaggi di lungometraggi. La ricerca di Watts & Strogatz (1998), fondamentale per quanto riguarda la definizione proprietà di *small-world* (basata sulle proprietà statistiche *clustering coefficient* e *path length*), prende ad esempio proprio il grafo della collaborazione attori-film per indagarne tale proprietà. Più tardi, Barabasi & Albert (1999) porteranno lo stesso esempio per spiegare le reti *scale-free* e nel 2003, Newman (2003)

definisce le reti di collaborazione "classici esempi di rete sociale". La stessa ricerca di Watts & Strogatz (1998) porta come ulteriore esempio di applicazione della misura di *small-world* una rete *man-made*: la rete di distribuzione dell'energia degli USA. Più tardi, Rosas-Casals et al. (2007) studiano le reti dell'energia europea, inglese e italiana, indagandone la *degree distribution* e la caratteristica di *scale-free* e Roy (2013) indaga le proprietà strutturali (*degree distribution, clustering coefficient e preferential attachment*) di Orissa, uno stato federato dell'India. La letteratura si è occupata anche delle cosiddette *"flavor network"*, reti di sapori. Per primi Wang et al. (2008) rappresentano le ricette mediante una rete di ingredienti e indicazioni per cucinarli. Più tardi, Kinouchi et al. (2008) studiano la relazione ingredienti ricette ricercandone la *degree distribution*, mentre Ahn et al. (2011) studiano l'impatto delle componenti aromatiche sulle combinanzioni di ingredienti.

In questo lavoro vengono dapprima introdotte le misure applicate dagli studenti, successivamente, per ogni rete, vengono poste alcune domande a cui si cerca di rispondere tramite le misure della teoria delle reti complesse. Vengono infine presentate le conclusioni che gli studenti hanno tratto con l'aiuto degli insegnanti, e la loro utilità dal punto di vista manageriale.

1.1 Misure

Di seguito vengono presentate le misure applicate in questo lavoro. Esse si dividono in misure locali e misure globali, ovvero fanno riferimento rispettivamente ai singoli nodi o alla rete nella sua interezza.

Tra le misure locali: *degree centrality, betweenness centrality, closeness centrality clustering coefficient*.

Degree centrality: equivale al numero dei vicini di un nodo (ovvero i nodi a cui è connesso tramite un solo link), ed è il più semplice indicatore di centralità.

Betweenness centrality: viene calcolata come il numero di cammini minimi che attraversano il nodo in rapporto al numero totale di cammini minimi della rete. Indica quanto un nodo può "essere intermediario" all'interno della rete.

Closeness centrality: è calcolata come il rapporto tra il numero di nodi che compongono la rete e la somma delle distanze del nodo di riferimento dagli altri vertici.

Clustering coefficient: è data dal rapporto tra il numero di archi esistenti tra i suoi nodi vicini e il massimo numero di archi possibile tra essi . Indica quanto i vicini di un nodo sono connessi direttamente tra loro e quindi quanto il nodo stesso è irrilevante per mantenere la rete connessa

Tra le misure globali: *degree centralization, betweenness centralization, closeness centralization*.

Degree centralization: è la misura di quanto la struttura di una rete sia vicina a quella di una rete a stella (una rete in cui un unico nodo ha un alto numero di connessioni con gli altri nodi della rete).

Betweenness centralization: misura il rapporto tra la variazione della *betweenness centrality* dei vertici divisa per quella della *betweenness centrality* di una rete a stella delle stesse dimensioni. Può indicare la vulnerabilità del grafo ad attacchi selettivi ai suoi nodi (o archi).

Closeness centralization: misura il rapporto tra la variazione della *closeness centrality* dei nodi e la *closeness centrality* di una rete a stella delle stesse dimensioni.

Clustering coefficient della rete: è semplicemente la media dei clustering dei singoli nodi.

1.2 Tools

Per studiare le reti è stato usato il Software Pajek (http://vlado.fmf.uni-lj.si/pub/networks/pajek/). Le reti sono state rappresentate utilizzando l'algoritmo di Kamada-Kawai (Kamada&Kawai, 1989), una delle possibilità che offre Pajek per meglio visualizzare le reti complesse. Facendo riferimento alla forza tra i nodi della rete (fra due nodi u e v è data dal numero di lati del percorso più breve tra u e v) e all'energia totale della rete (potenziale, dovuta alla forza tra i nodi), l'algoritmo cerca per ogni nodo una posizione tale da minimizzare l'energia totale. Inoltre, le posizioni individuate devono rispettare due criteri: (i) minimizzare il numero delle intersezioni tra archi, (ii) distribuire i vertici e gli archi in modo uniforme.

2. Network analyses

2.1 Graph and Digraph Glossary

La rete analizzata è stata costruita a partire dal "Graph and Digraph Glossary", realizzato da Bill Cherowitzo tra il 1998 e 2001. Esso riporta le definizioni dei termini riguardanti l'ambito dei grafi e dei grafi orientati (digrafi, appunto), la maggior parte delle quali sono tra loro collegate. Per esempio, il termine "*forest*" ha la seguente definizione: "a graph which contains no cycles. The connected components of a forest are trees", dove i termini sottolineati sono link ad altre definizioni.

La rete non è connessa (sono presenti componenti e, addirittura, vertici isolati) e i link alle altre definizioni fanno del glossario una rete diretta (in Figura1 la rete è rappresentata ricorrendo all'algoritmo Kamada-Kawai). Ogni nodo rappresenta un termine del glossario, mentre ogni generico link XY (dal termine X al termine Y) esiste se il termine Y è utilizzato per descrivere il

termine X e/o viceversa, con le seguenti precisazioni: (i) archi direzionati: nella definizione di X c'è un riferimento ad Y; (ii) spigoli: il riferimento è bidirezionale.

Le domande alle quali si vuole trovare risposta attraverso l'analisi sono le seguenti: (i) Nell'ambito dell'analisi dei grafi, quali termini risultano essere "primitivi", ovvero non descrivibili con l'utilizzo di altri, e quali, invece, sono da essi dipendenti? (ii) Quali termini necessitano maggiormente di altri per essere descritti? (iii) È possibile individuare delle aree di concetti tra loro strettamente collegati? (iv) È possibile eliminare dei "termini chiave", che isolino ambiti o aree concettuali e semantiche?

Per rispondere alle prime due domande, sì è fatto ricorso all'analisi del *degree* dei nodi. Trattandosi di una rete diretta, il *degree* dei nodi (ad esempio del nodo Y) è analizzato in *input* (il termine rappresentato dal nodo Y è utilizzato per definirne un altro) e in *output* (il termine rappresentato dal nodo Y fa riferimento a un altro per essere descritto). I termini con *output degree* pari a 0, ovvero quelli che non hanno bisogno di altri termini per essere descritti, sono numerosi: ordinandoli secondo il grado in *input* maggiore, i più importanti risultano essere "*graph*" (usato per definire 16 altri termini) e "*walk*" (usato per definire 7 altri termini). Con riferimento ai termini che dipendono da altri per essere definiti, *l'output degree* mostra che "*loop*" fa riferimento a 5 termini, "bipartite e condensed graph" e "forest" a 4.

Per quanto concerne l'individuazione delle aree di concetti tra loro strettamente collegati, l'analisi delle componenti connesse (*communities*) individua 9 sotto-gruppi nelle rete, di cui il principale comprende l'83% dei nodi (60/72) (Figura2). Si può affermare che il glossario è costituito da un'unica area concettuale predominante, contrariamente a quanto accade per i Thresaurus e WordNet.

Per identificare eventuali "concetti chiave" che isolino aree tematiche, si è fatto ricorso all'analisi della *betweeness*. Quest'ultima ha confermato il risultato ottenuto attraverso le *communities*, rilevando che non esistono "termini chiave" necessari per mantenere la rete collegata: procedendo all'eliminazione dei 4 termini più importanti ("*vertex*", "*graph*", "*edge*" e "*arc*"), la rete rimane altresì connessa (Figura3).

2.2 Marvel Heroes

La rete in analisi è stata costruita a partire da "The Social Network of Masked Vigilantes", che indaga l'insieme degli incontri tra gli eroi/personaggi creati dalla famosa casa editrice statunitense Marvel Comics. La rete è connessa e non è diretta. Ogni nodo rappresenta il personaggio di uno dei fumetti, mentre ogni generico arco esiste se vi è mai stato un incontro tra due personaggi nella stessa rivista.

Le domande alle quali si vuole trovare risposta attraverso l'analisi sono le seguenti: (i) Nell'ambito dell'analisi degli incontri tra gli eroi Marvel, quali tra questi hanno più rapporti sociali? (ii) Quali eroi/personaggi potrebbero ricorrere all'aiuto di/soccorrere più eroi/personaggi? (iii) È possibile individuare dei filoni narrativi all'interno delle storie Marvel? (iv) Quali eroi/personaggi sono indispensabili ai filoni stessi e all'intreccio tra questi?

Per definire quali eroi abbiano più rapporti sociali, si è determinato il numero di collegamenti per ciascun nodo, facendo riferimento alla misura della *degree centrality*. Il grado medio della rete rilevato è 4,8, mentre il nodo con il grado più elevato è quello che fa riferimento al nodo "*Captain America"*, con 25 collegamenti, seguito da "*Thor"* con 22.

Con riferimento alla seconda domanda, la possibilità di ricorrere all'aiuto di o soccorrere altri personaggi, intesa come il grado d'integrazione un eroe/personaggio con la rete, è collegata al concetto di *closeness centrality*. Il valore più alto e molto superiore alla media è quello relativo al nodo "*Captain America"*, il quale, quindi, avrebbe la possibilità di raggiungere/essere raggiunto da tutti i nodi più velocemente di qualsiasi altro (Figura5).

Attraverso la *community* analysis, in particolare usando il Louvain Method (Blondel et al., 2008), è possibile identificare sei distinti filoni narrativi capitanati da altrettanti nodi rappresentanti: "*Captain America", "Spiderman", "Human Torch", "Beast", "Thor" e "Hulk"*. L'indispensabilità di tali eroi ai filoni è confermata dalla precedente analisi della *degree centrality*: i nodi relativi ai sei eroi detengono i valori maggiori, facendo di questi eroi i *leader* dei filoni.

Per quanto riguarda l'interconnessione tra i filoni narrativi di Marvel, facendo riferimento ai valori di *betweeenness centrality* e *betweenness centralization*, è possibile affermare che gli eroi *leader* ne sono responsabili. Eliminando tali eroi dalle storie (ovvero rimuovendo i nodi dalla rete) i sei filoni rimarrebbero isolati senza possibilità di entrare in contatto (Figura 6).

La visualizzazione della rete può aiutare a individuare una strategia di mercato per la Marvel in quanto stimola alcune domande: come mai tali nodi sono diventati i più centrali (politiche di mercato, contesto storico, sono stati i più amati dal pubblico, etc.); cosa ha spinto gli autori a fare intervenire questi eroi in altre storie e come i lettori hanno accolto tali interventi; i link tra famiglie diverse si sono mantenuti nel tempo o sono stati eventi che non hanno avuto successo e non si sono ripetuti?

2.3 La distribuzione del metano lungo la rete autostradale italiana

Le due reti oggetto dell'analisi rappresentano la dislocazione dei distributori di metano lungo la rete autostradale italiana e, in particolare, i collegamenti che hanno come origine i capoluoghi di regione e come destinazione la LIUC - Università Cattaneo (Rete1, in Figura7), e i percorsi

inversi (Rete2, in Figura8). Entrambe le reti sono non connesse e dirette. I distributori sono accessibili esclusivamente per le autovetture che percorrono il senso di marcia del tratto autostradale rappresentato. Ogni nodo rappresenta un distributore di metano, un arco collega nodi con distanza inferiore a 310 Km (distanza percorribile senza fare rifornimento sulla base della capienza del serbatoio montato sulle auto a metano più vendute in Italia: FIAT Punto e FIAT Panda), mentre non esiste nel caso in cui la distanza superi il valore soglia.

Le domande alle quali si vuole trovare risposta attraverso l'analisi sono le seguenti: (i) nell'ambito della distribuzione del gas metano, il grado di copertura delle reti è sufficiente per affrontare tali viaggi? (ii) Quali distributori sono fondamentali alla prosecuzione del viaggio? (iii) Durante lo sciopero dei rifornimenti, è più rischioso affrontare il viaggio percorrendo la Rete1 o la Rete2?

Studiando le statistiche di base che descrivono le due reti, emerge lo scarso grado di copertura del territorio: il grado medio dei nodi è pari a 2 per la Rete1 e pari a 3,5 per la Rete2, di molto inferiore al valore che assumerebbero se le reti fossero *fully connected,* rispettivamente 29 e 32. Procedendo alla misurazione della *closeness centrality output* è possibile evidenziare quanto i diversi capoluoghi siano collegati ai distributori adiacenti. Tolti i capoluoghi scollegati dalla rete, tutti gli altri hanno valori di *closeness centrality output* bassi, compresi tra 0,07 e 0,13. Da un successivo confronto delle statistiche di base, emerge che, nonostante il numero dei nodi sia molto simile tra le due reti (30 e 33), la Rete1 è meno densa della Rete2, poiché la quantità di archi è circa la metà. E' possibile affermare, allora, che la copertura della rete non è equivalente nei due sensi di marcia. In conclusione, non è possibile affrontare il viaggio da diversi capoluoghi (ad esempio "Bari", "Napoli", "Roma") verso la LIUC, mentre è possibile raggiungere più capoluoghi partendo dalla LIUC (tra cui "Napoli" e "Roma"), ma non tutti (come ad esempio "Bari").

L'analisi della *betweenness centrality* ha permesso di individuare nel nodo "Parma" il distributore di primaria importanza nel tenere collegate entrambe le reti (Figura9, Figura10). Eliminando dalle reti tale nodo, quattro capoluoghi della Rete1 e due della Rete2 perdono il collegamento: se non ci fosse il distributore di Parma si potrebbe raggiungere la LIUC da un numero minore di capoluoghi e viceversa.

La risposta alla terza domanda si trova estendendo l'analisi delle communities. Nel caso della Rete1, è sufficiente eliminare il nodo con la più alta *degree centrality* ("Parma") per scollegare quattro capoluoghi dalla rete (Figura11), mentre, nel caso della Rete2, soltanto rimuovendo tre nodi contemporaneamente ("Parma", "Somaglia" e "Assago") quattro capoluoghi risultano scollegati (Figura12).

Questa analisi può suggerire una strategia per migliorare il servizio di rifornimento: considerare i nodi critici e diminuirne la criticità e, diminuire la centralizzazione della rete 2 aggiungendo punti di rifornimento opportuni.

2.4 Menù di Capodanno

Le due reti oggetto dell'analisi rappresentano il menù della notte di San Silvestro proposto da un ristorante varesino. Esso è costituito da 7 ricette per un totale di 53 ingredienti.

Le reti sono entrambe connesse e non dirette. Ogni nodo rappresenta, rispettivamente, la ricetta (Rete1) e l'ingrediente (Rete2), mentre ogni generico link rappresenta, rispettivamente, per le ricette, la condivisione di un ingrediente, mentre per gli ingredienti, l'appartenenza alla stessa ricetta (Figura13 e Figura14).

Le domande alle quali si vuole trovare risposta attraverso l'analisi sono le seguenti: (i) quali ingredienti (se mancassero) inficerebbero la realizzazione della maggior parte delle ricette? (ii) Si può caratterizzare la varietà del menu?

Dall'analisi del *clustering coefficient* si ottiene la conferma che la mancanza di sale e pepe (gli ingredienti con i più bassi valori) in cucina impedirebbe la realizzazione del menù, mentre l'eliminazione di una qualsiasi delle ricette dal menù non impedirebbe in alcun modo la sua realizzazione (a tale proposito si veda anche la rappresentazione della *betweenness* in Figura15 e Figura16). Tale risultato è confermato dalla *degree centralization*: pari a 0,2 nella Rete1, indica che tutti i nodi sono connessi in modo simile agli altri, pari a 0,64, nella Rete2, individua la maggiore somiglianza a una rete a stella (il cui centro è rappresentato dai nodi "sale" e "pepe"). La *degree centralization* (0.2) della rete delle ricette indica che la rete è quasi completa (lo è sicuramente la sottorete dei piatti salati) e ciò sta a indicare una forte similitudine tra i sapori dei vari piatti e quindi scarsa varietà nel menù.

3. Conclusioni

Nel presente articolo si trattano quattro esempi reti complesse, prese dalle aree d'interesse di altrettanti gruppi di studenti del corso di Metodi Matematici per le Applicazioni Industriali. In particolare, le *network analysis* hanno portato gli studenti, coadiuvati dagli autori, a conclusioni di carattere generale e particolare. Le prime scaturiscono dalle coppie di reti dirette ("Graph and Digraph Glossary" e "La distribuzione del metano lungo la rete autostradale italiana") e indirette ("Marvel Heroes" e "Menù di Capodanno") analizzate. Con particolare riferimento alla coppia di reti dirette, gli studenti hanno potuto constatare come la stessa misura si copra di significati diversi in relazione alla rete a cui è applicata. Mentre la misura dei gradi in *input* e in

output dei nodi nel caso "Graph and Digraph Glossary" hanno significato opposto (il grado in *input/output* identifica l'essere necessario a/richiedere la definizione di un termine), al contrario, nel caso "La distribuzione del metano lungo la rete autostradale italiana" non vi è differenza di significato tra gradi *input* e *output*. Con riferimento al grado dei nodi delle reti indirette, il grado stesso si copre di significati differenti. Gli studenti hanno osservato che nel caso "Marvel Heroes" il grado identifica la popolarità del personaggio (il nodo "Capitan America" è il nodo con il grado maggiore e le altre misure raccolte dalla *network analysis* hanno evidenziato la sua indispensabilità), mentre nel caso "Menù di Capodanno" gli ingredienti con grado più alto caratterizzano meno la ricetta (i nodi "sale" e "pepe" hanno il grado più alto, comparendo nella quasi totalità delle ricette, quindi non dando informazioni significative circa le ricette stesse).

In aggiunta, è opportuno mettere in risalto un'ulteriore osservazione sull'applicazione delle misure alle diverse reti: alcune misure perdono di significato quando applicate ad alcuni tipi di rete. Questa affermazione trova conferma nel caso della misura *k-neighbor*, che è ricca di significato se applicata a reti sociali (quale ad esempio "Marvel Heroes") oppure, tra gli altri esempi riportati, alla rete "La distribuzione del metano lungo la rete autostradale italiana". Tuttavia, tale misura non ha significato se applicata alla rete "Menù di Capodanno", per cui conoscere la distanza che separa due ingredienti non dà valore alle informazioni sulla rete.

Le conclusioni di carattere particolare identificano le implicazioni manageriali emerse dalle singole *network analysis*. Per la Marvel, la visualizzazione della rete può aiutare a individuare una strategia di mercato stimolando le domande emerse nella Sezione precedente. Con riferimento alla rete di distribuzione del metano, l'analisi fornisce indicazioni per migliorare il servizio offerto. In ultimo, con riferimento al menù, analizzando la rete corrispondente è possibile identificare la sua varietà, dando indicazione allo chef per eventuali modifiche alle ricette.

4. Ringraziamenti

Si ringraziano gli studenti appartenenti ai quattro gruppi che hanno condotto le *network analysis* presentate. Nell'ordine in cui sono state presentate, si ringraziano Andrea Colombo e Marco Villari ("Graph and Digraph Glossary"), Marco Felice Caporale e Alberto Chiarelli ("Marvel Heroes"), Silvia Cattaneo e Gianluca Merola ("La distribuzione del metano lungo la rete autostradale italiana"), Edoardo Gatti e Mattina Pivotto ("Menù di Capodanno").

Bibliografia

Ahn, Y.-Y., Ahnert, S. E., Bagrow, J. P., & Barabási, A.-L. (2011). Flavor network and the principles of food pairing. *Scientific Reports*, *1*, 196. doi:10.1038/srep00196

Altieri, N., Gruenenfelder, T., & Pisoni, D. B. (2011). NIH Public Access, *5*(1), 1–18. doi:10.1075/ml.5.1.01alt.Clustering

Barabasi A., & Albert, R. (1999). Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, 1–11.

Blondel, V. D., Guillaume, J. L., Lambiotte, R., & Lefebvre, E. (2008). Fast unfolding of communities in large networks. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2008(10), P10008.

Fellbaum, C., editor. WordNet, an electronic lexical database. Cambridge, MA: MIT Press; 1998.

Kamada, T., Kawai S. An algorithm for drawing general undirected graphs. Information processing letters 31.1 (1989): 7-15.

Kinouchi, O., Diez-Garcia, R., Holanda, A., Zambianchi, P., and Roque, A. The non-equilibrium nature of culinary evolution. New Journal of Physics 10 (2008), 073020.

Motter, A. E., Moura, A. P. S. De, Lai, Y., & Dasgupta, P. (2008). Topology of the conceptual network of language, *065102*(2002), 1–4.

Newman, M. E. J. (2003). The structure and function of complex networks.

Rosas-Casals, M., Valverde, S., & Solé, R. V. (2007). Topological Vulnerability of the European Power Grid Under Errors and Attacks. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, *17*(07), 2465–2475. doi:10.1142/S0218127407018531

Roy, D. S. (2013). The Topological Structure of the Odisha Power Grid□: A Complex Network Analysis, *1*(1), 12–16.

Scott, J. (2010). Social network analysis: developments, advances, and prospects. *Social Network Analysis and Mining*, *1*(1), 21–26. doi:10.1007/s13278-010-0012-6

Steyvers, M., & Tenenbaum, J. B. (2005). The large-scale structure of semantic networks: statistical analyses and a model of semantic growth. *Cognitive Science*, *29*(1), 41–78. doi:10.1207/s15516709cog2901_3

Strozzi, F., & Colicchia, C. (2012). LITERATURE REVIEW ON COMPLEX NETWORK METHODS APPLIED TO MEASURE ROBUSTNESS IN SUPPLY CHAIN DESIGN. *Liuc Papers*, (Serie Metodi Quantitativi), 249. Adaptation and Self-Organizing Systems. Retrieved from http://arxiv.org/abs/0811.0633

Wang, L., Li, Q., Li, N., Dong, G., & Yang, Y. (2008). Substructure similarity measurement in chinese recipes. *Proceeding of the 17th International Conference on World Wide Web - WWW '08*, 979. doi:10.1145/1367497.1367629

Watts, D. J., & Strogatz, S. H. (1998). Collective dynamics of "small-world" networks. *Nature*, *393*(6684), 440–2. doi:10.1038/30918

Figure

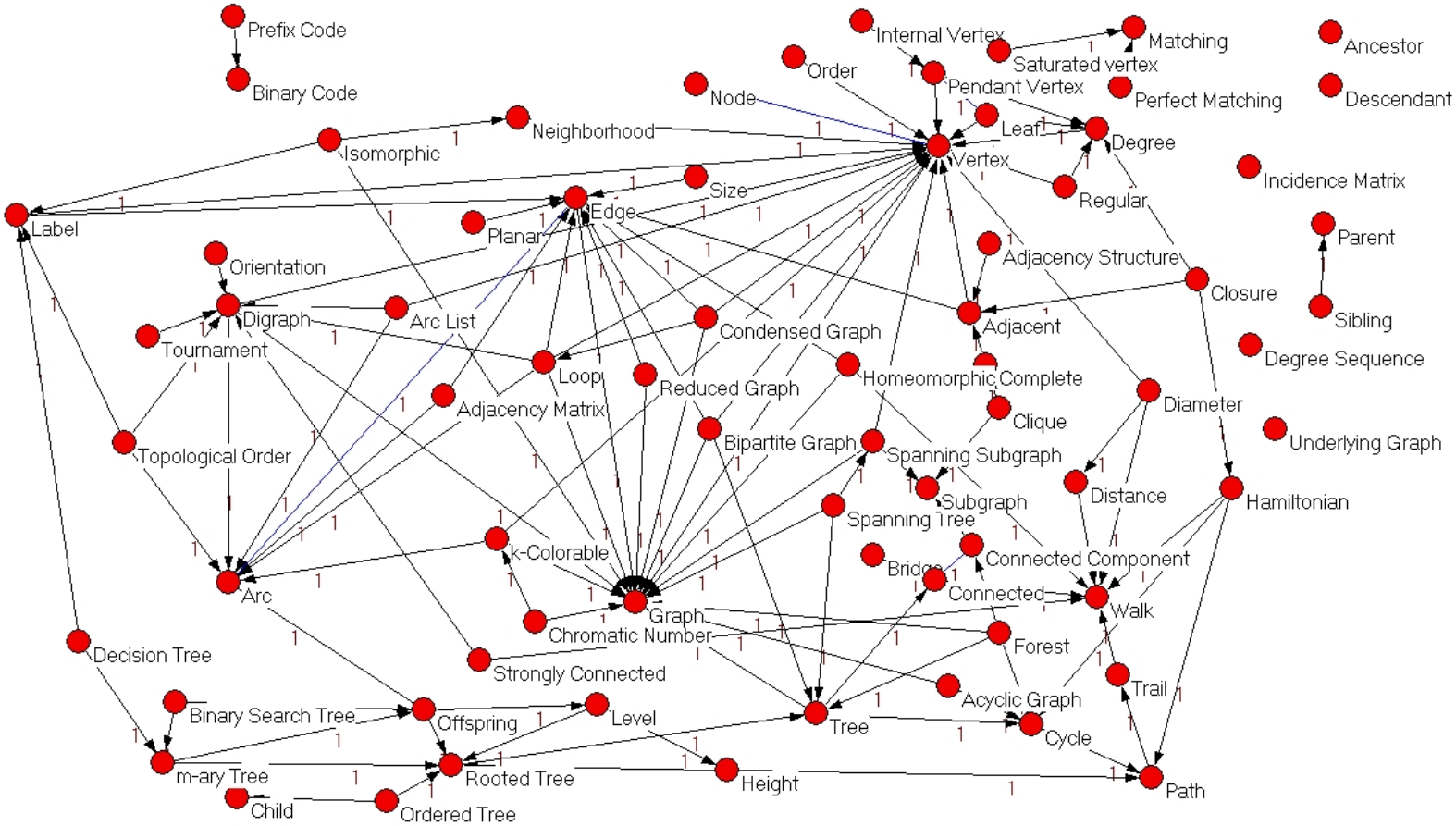

Figura 1(a) “Graph and digraph glossary”

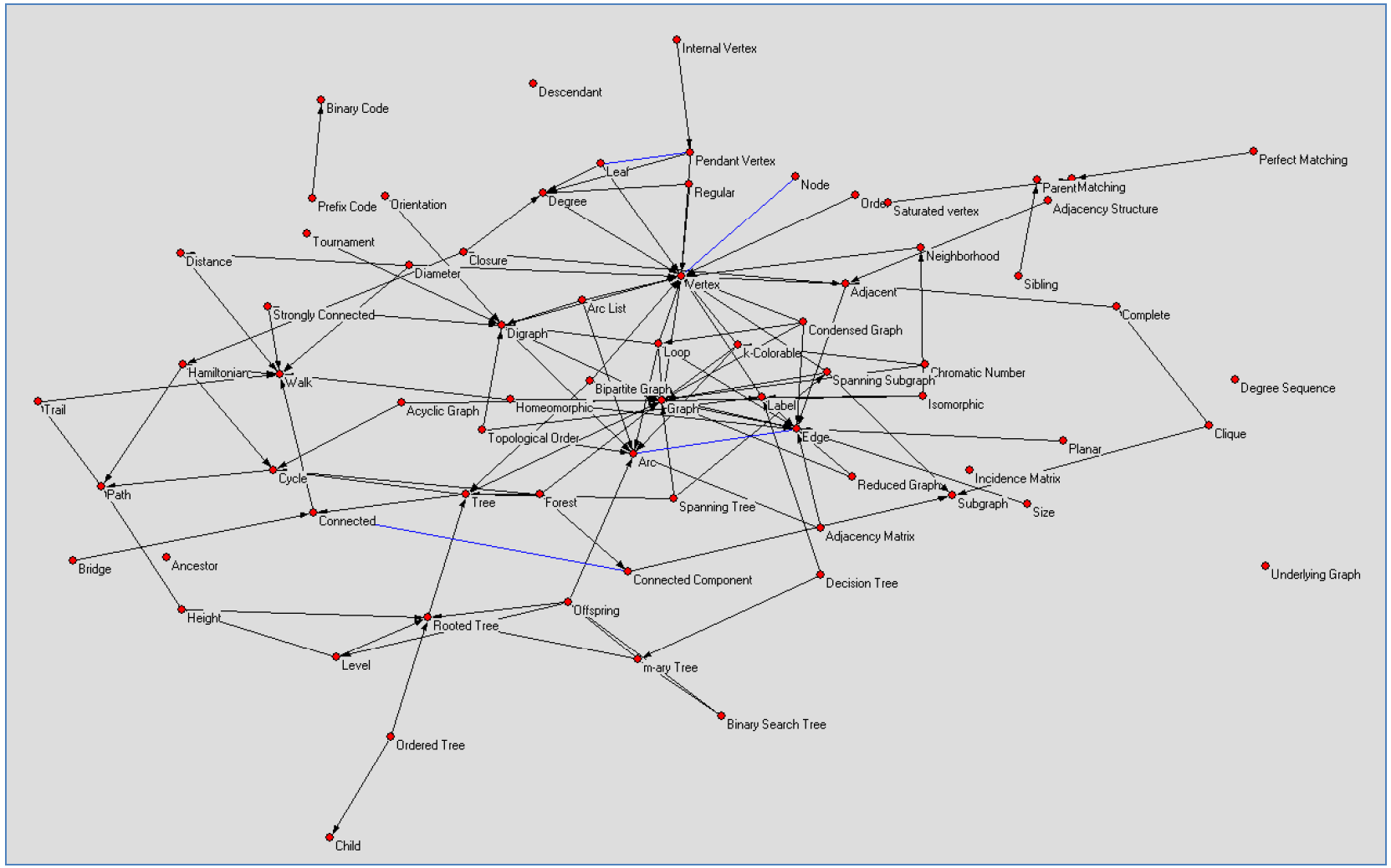

Figura 2 “Graph and digraph glossary”

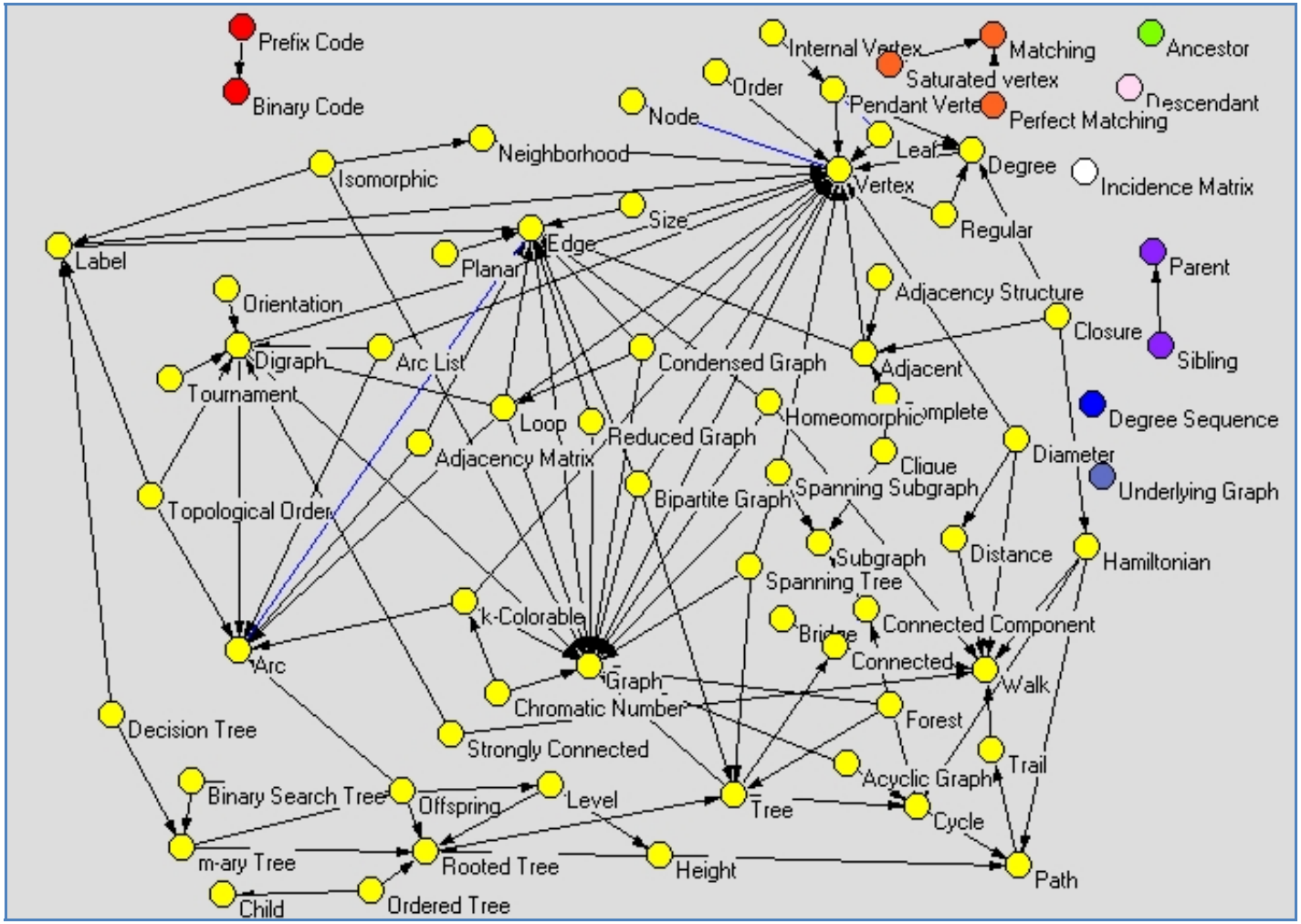

Figura 3 Componenti connesse “Graph and digraph glossary”

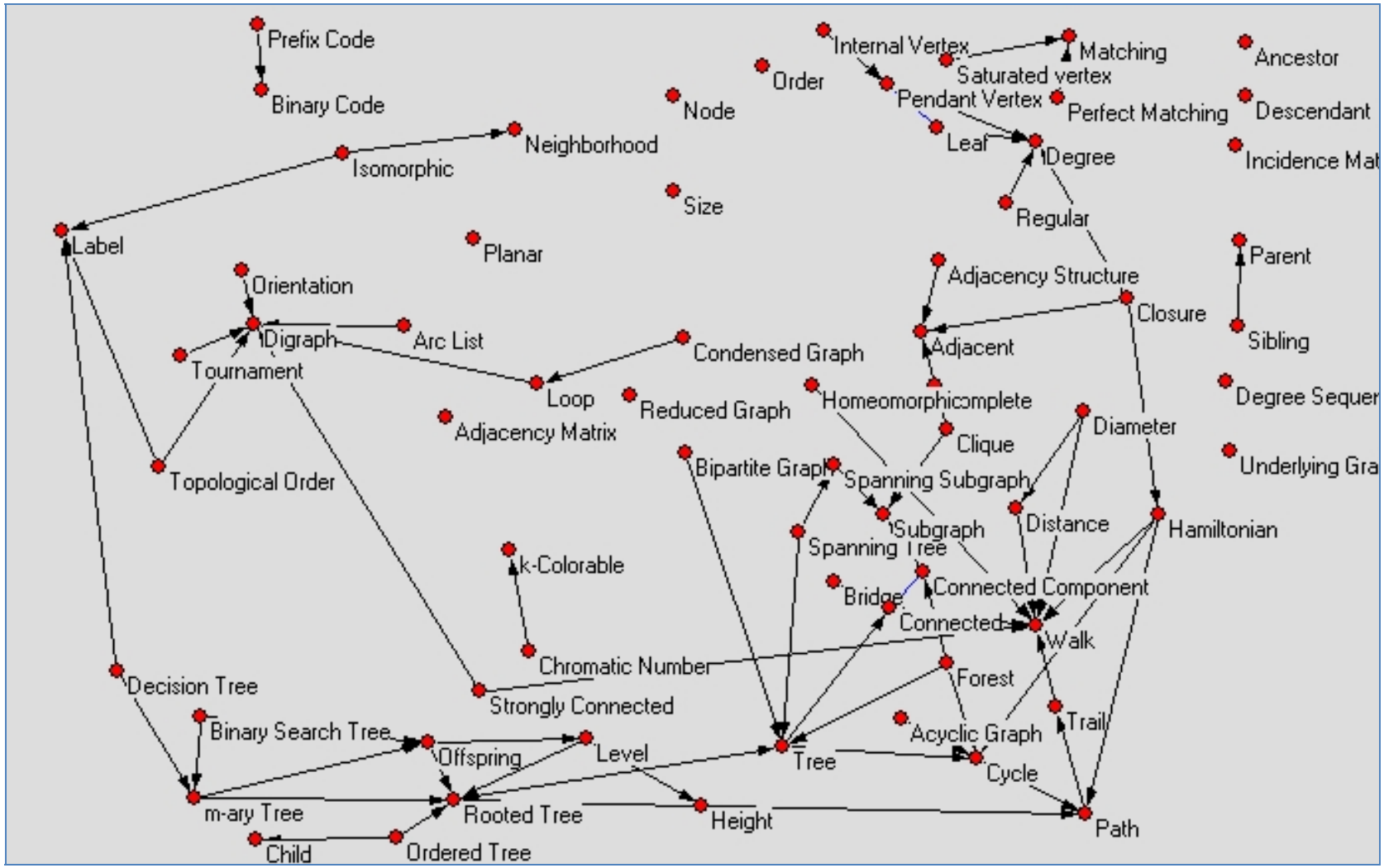

Figura 4 Rimossi i nodi più importanti “Graph and digraph glossary”

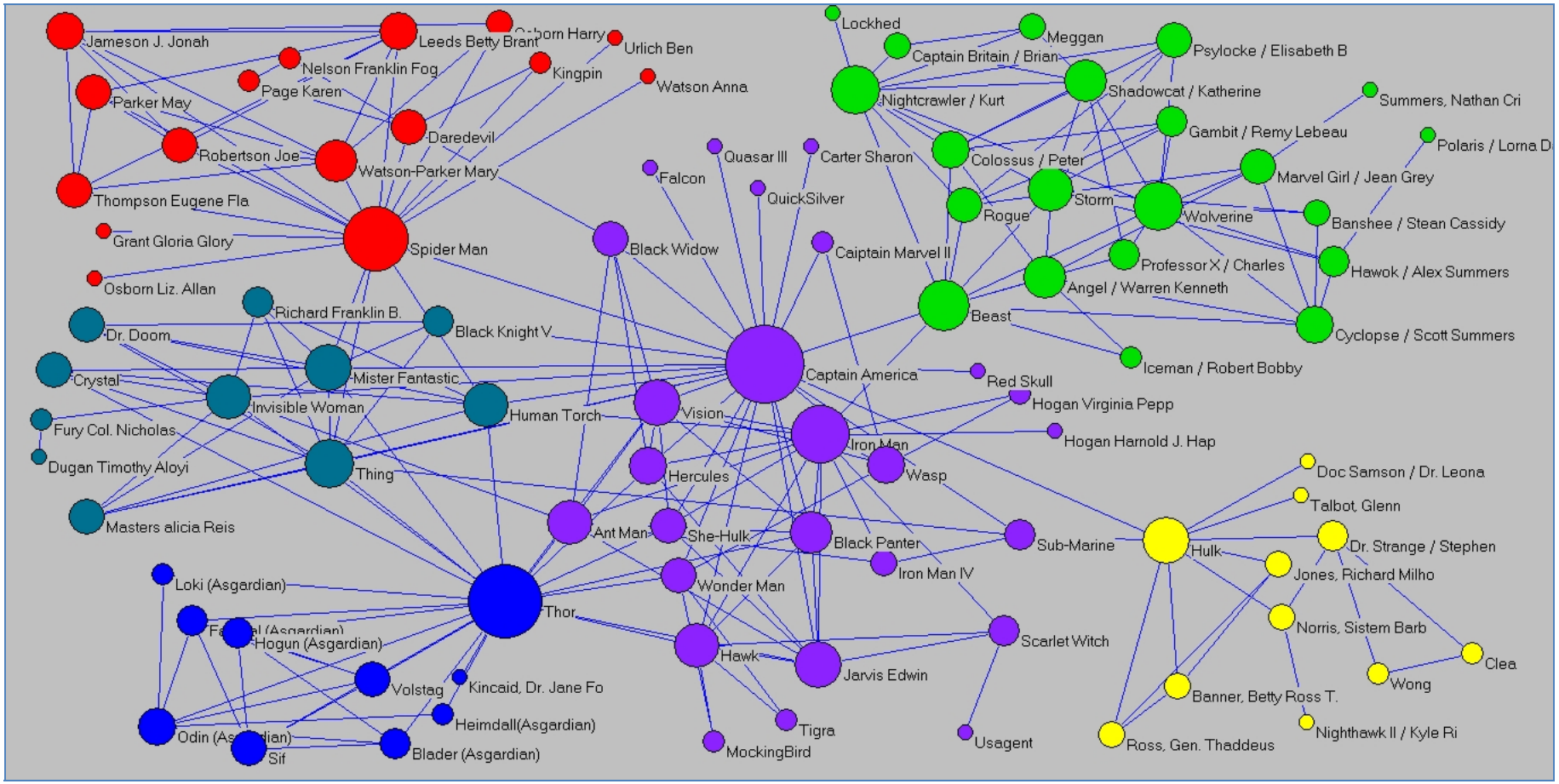

Figura 5 “Marvel heroes”

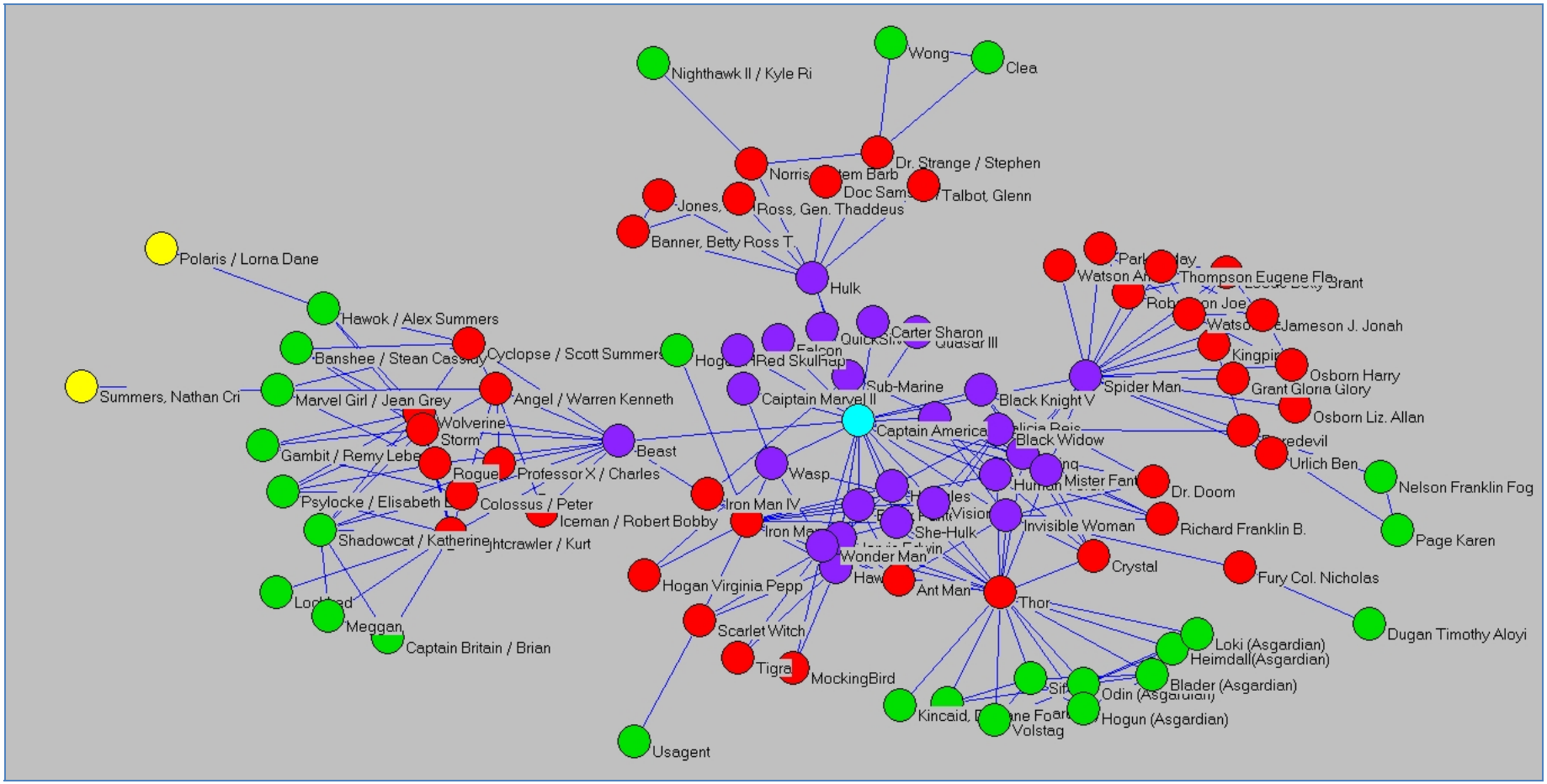

Figura 6 K-neighbor Capitan America

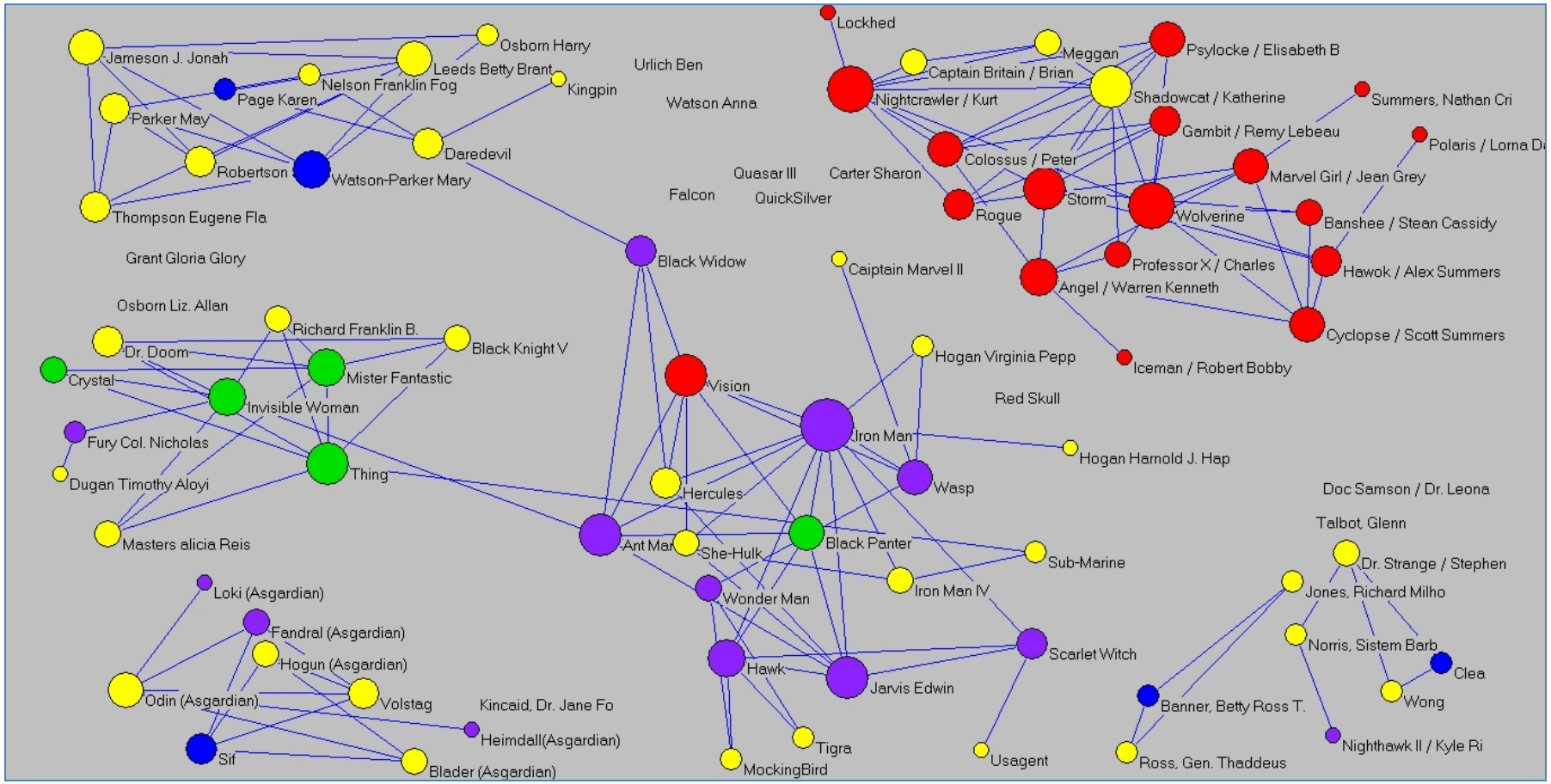

Figura 6 “Marvel heroes” rimossi i personaggi leader

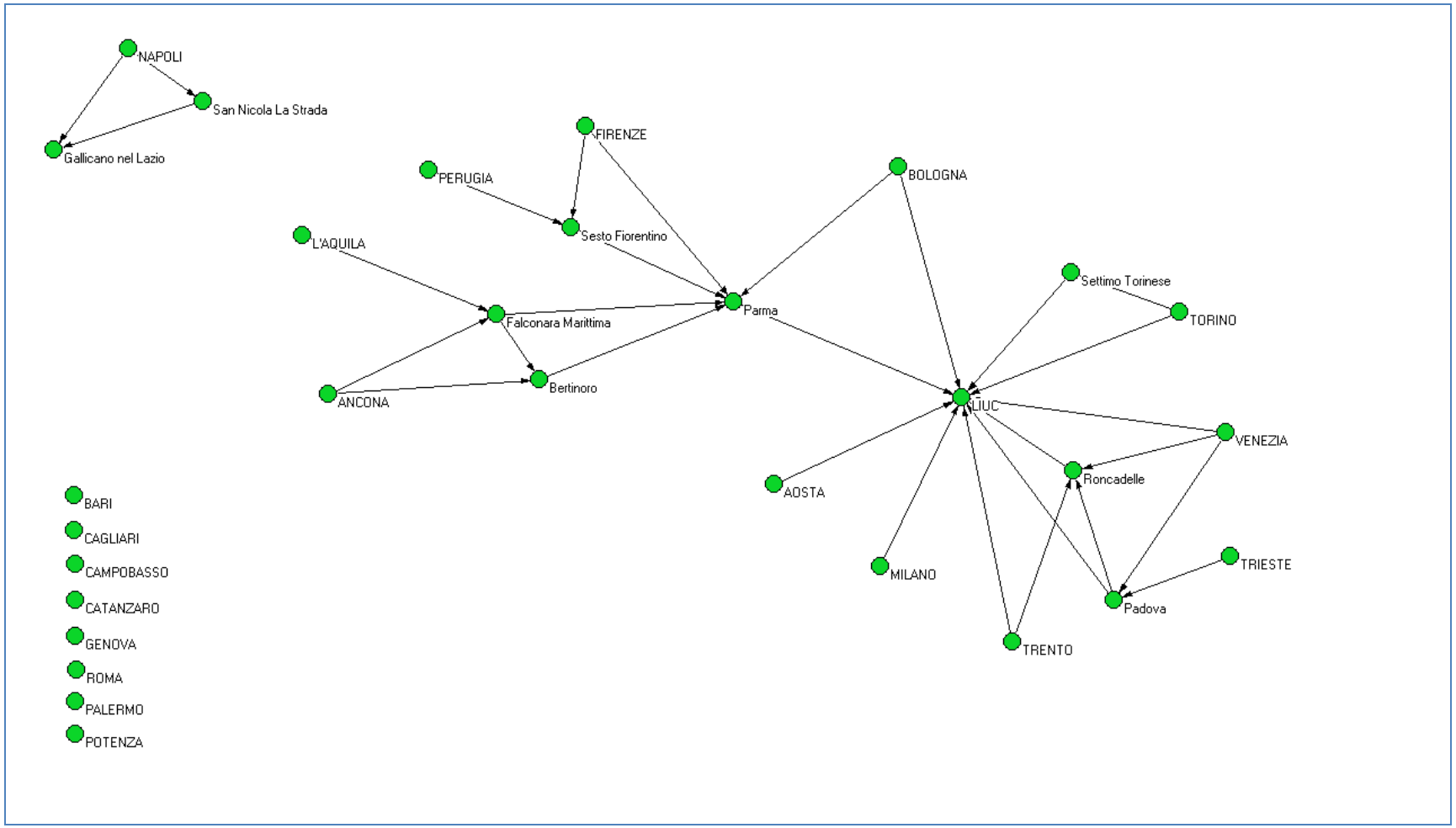

Figura 7 “La distribuzione del metano lungo la rete autostradale italiana” verso la LIUC

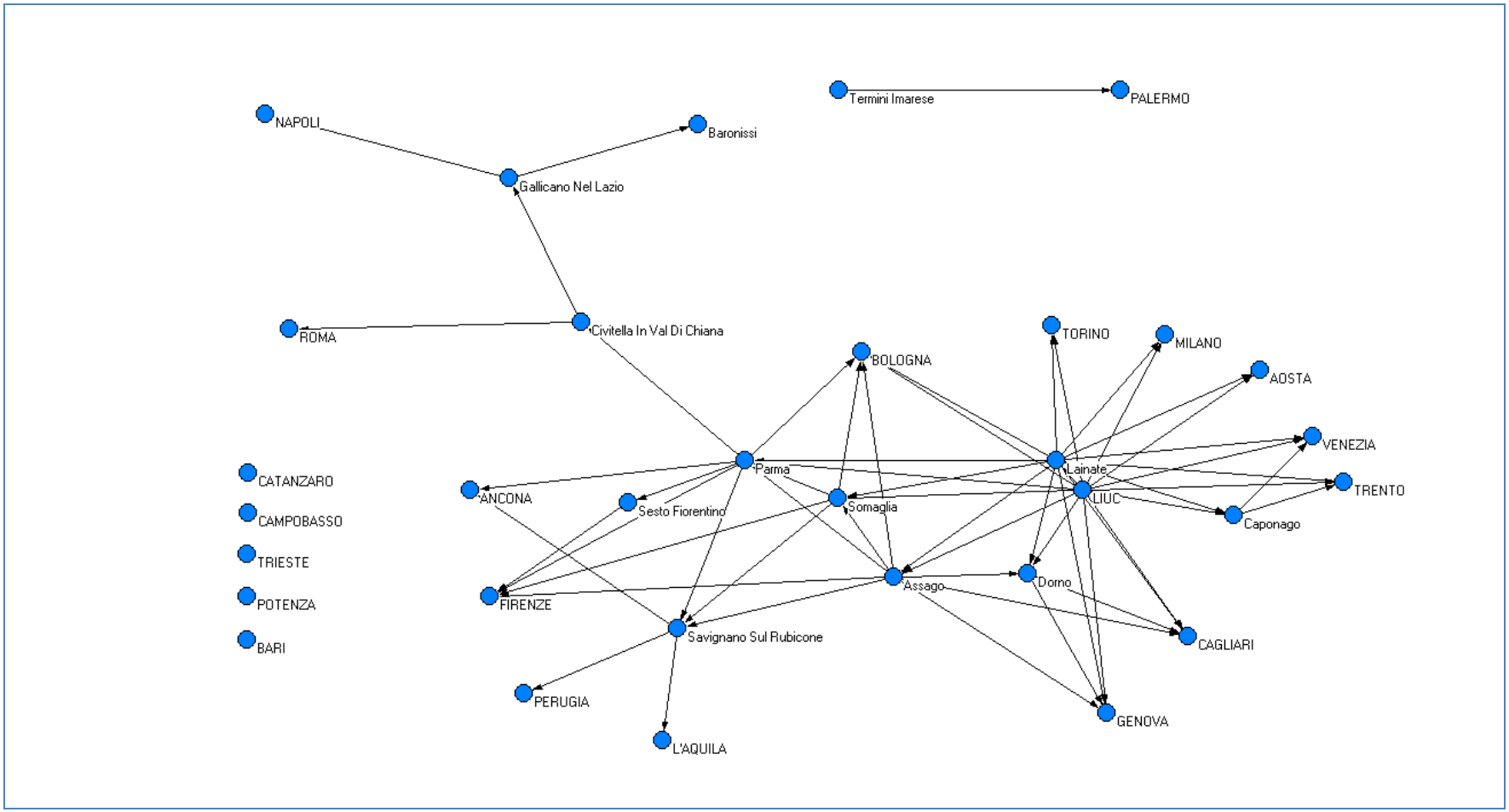

Figura 8 “La distribuzione del metano lungo la rete autostradale italiana” dalla LIUC

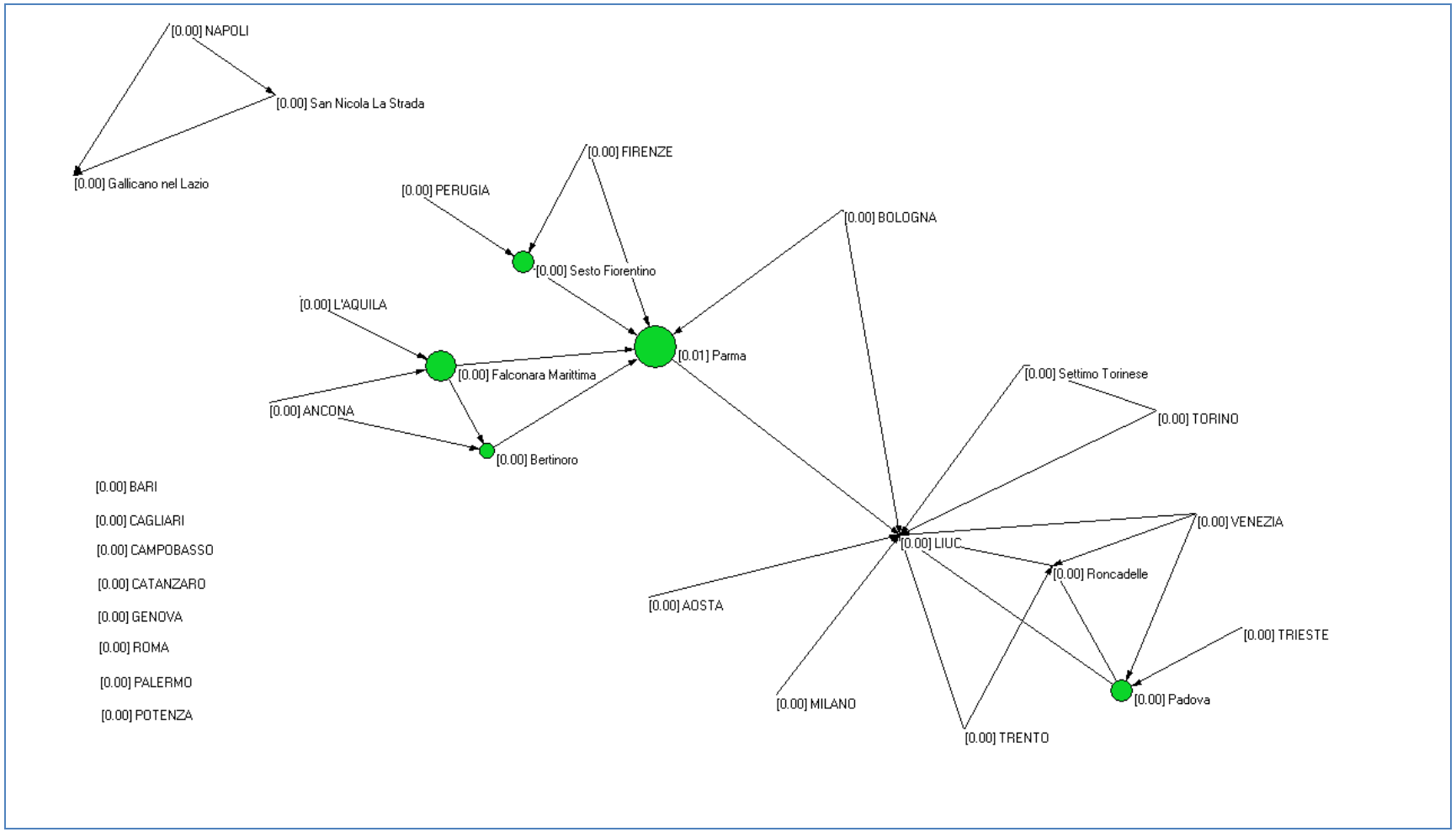

Figura 9 Betweenness centrality della rete verso la LIUC

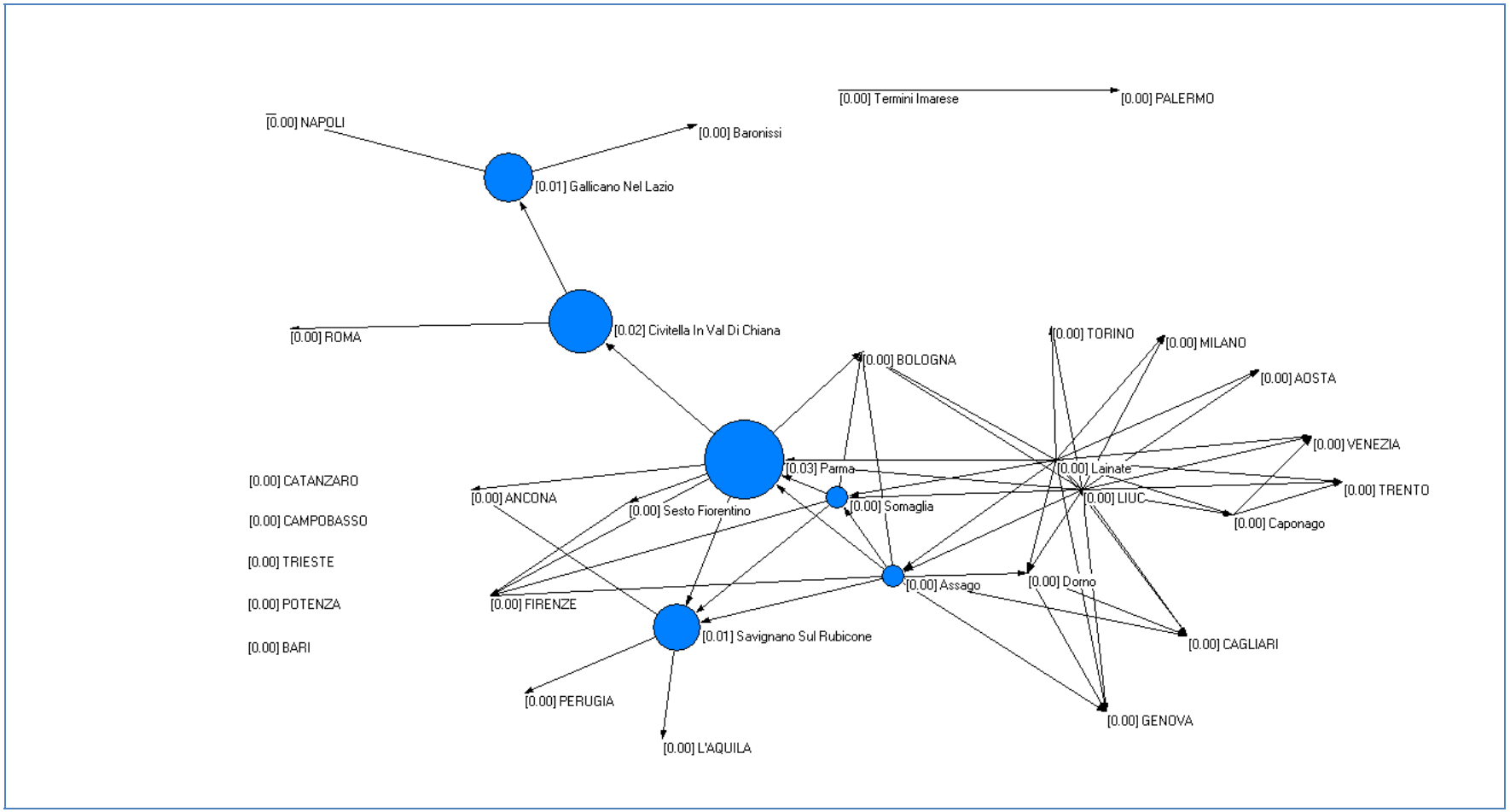

Figura 10 Betweenness centrality della rete dalla LIUC

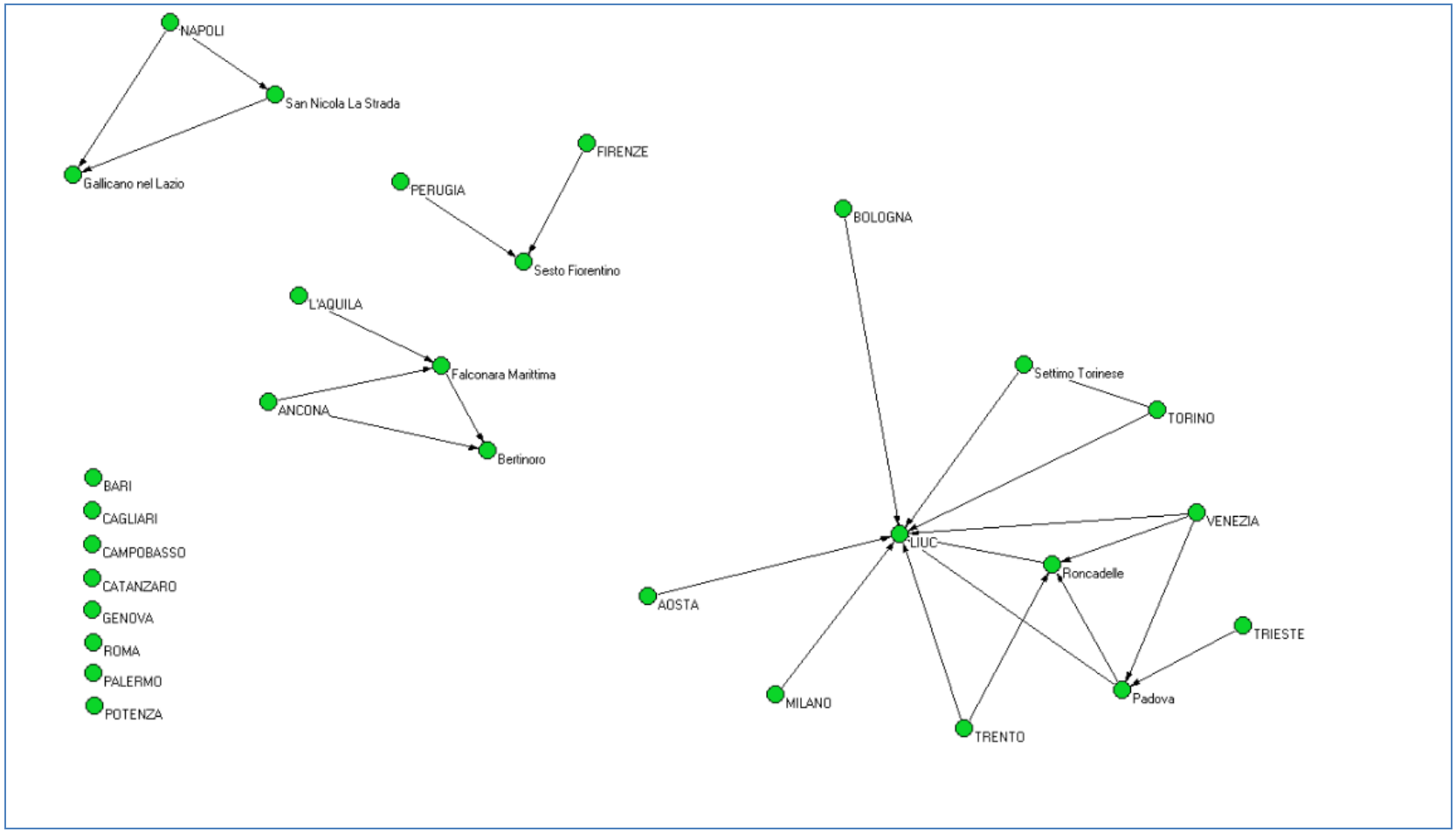

Figura 11 “La distribuzione del metano lungo la rete autostradale italiana” verso la LIUC rimosso “Parma”

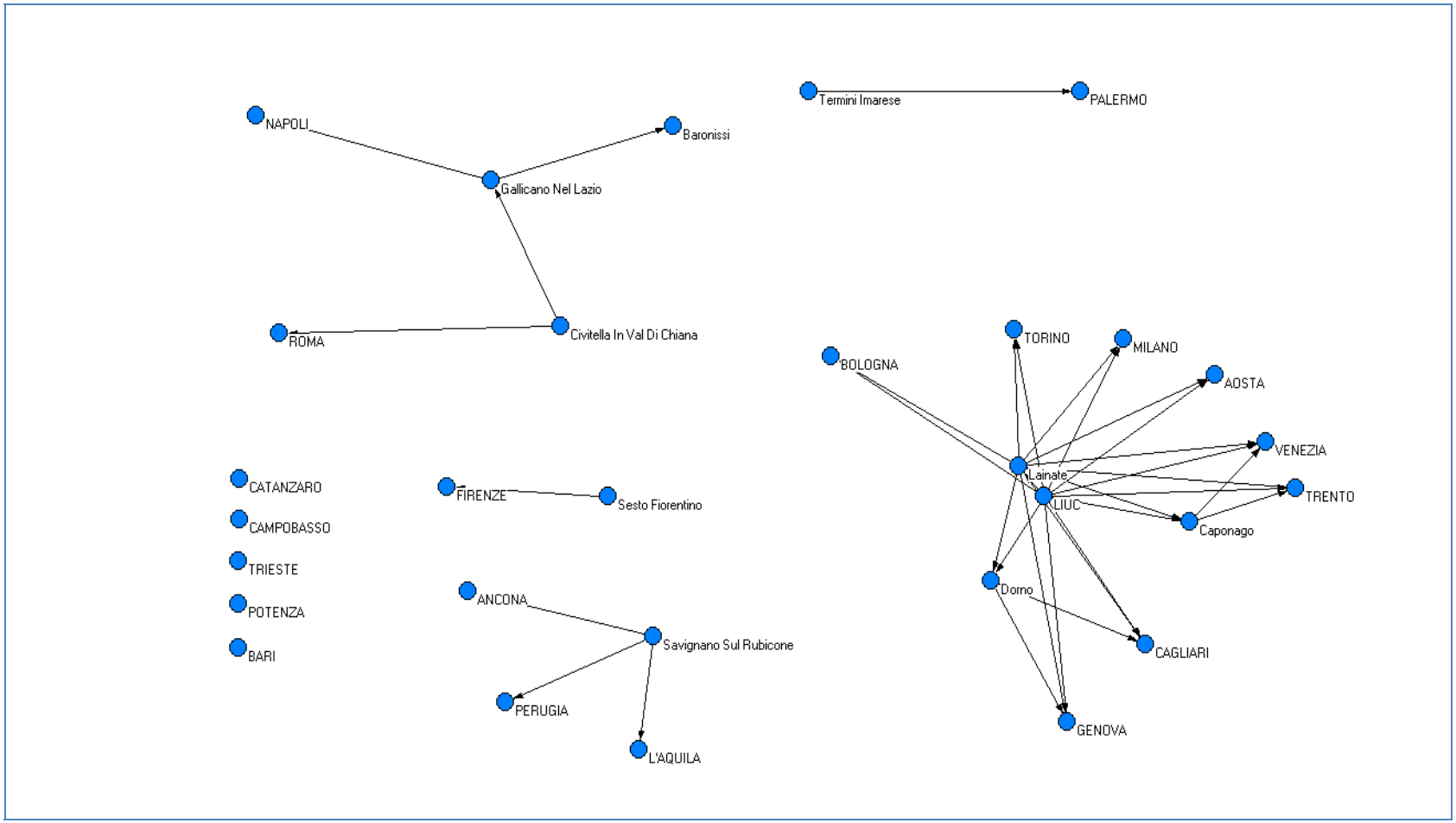

Figura 12 “La distribuzione del metano lungo la rete autostradale italiana” dalla LIUC togliendo “Parma”, “Somaglia” e “Assago”

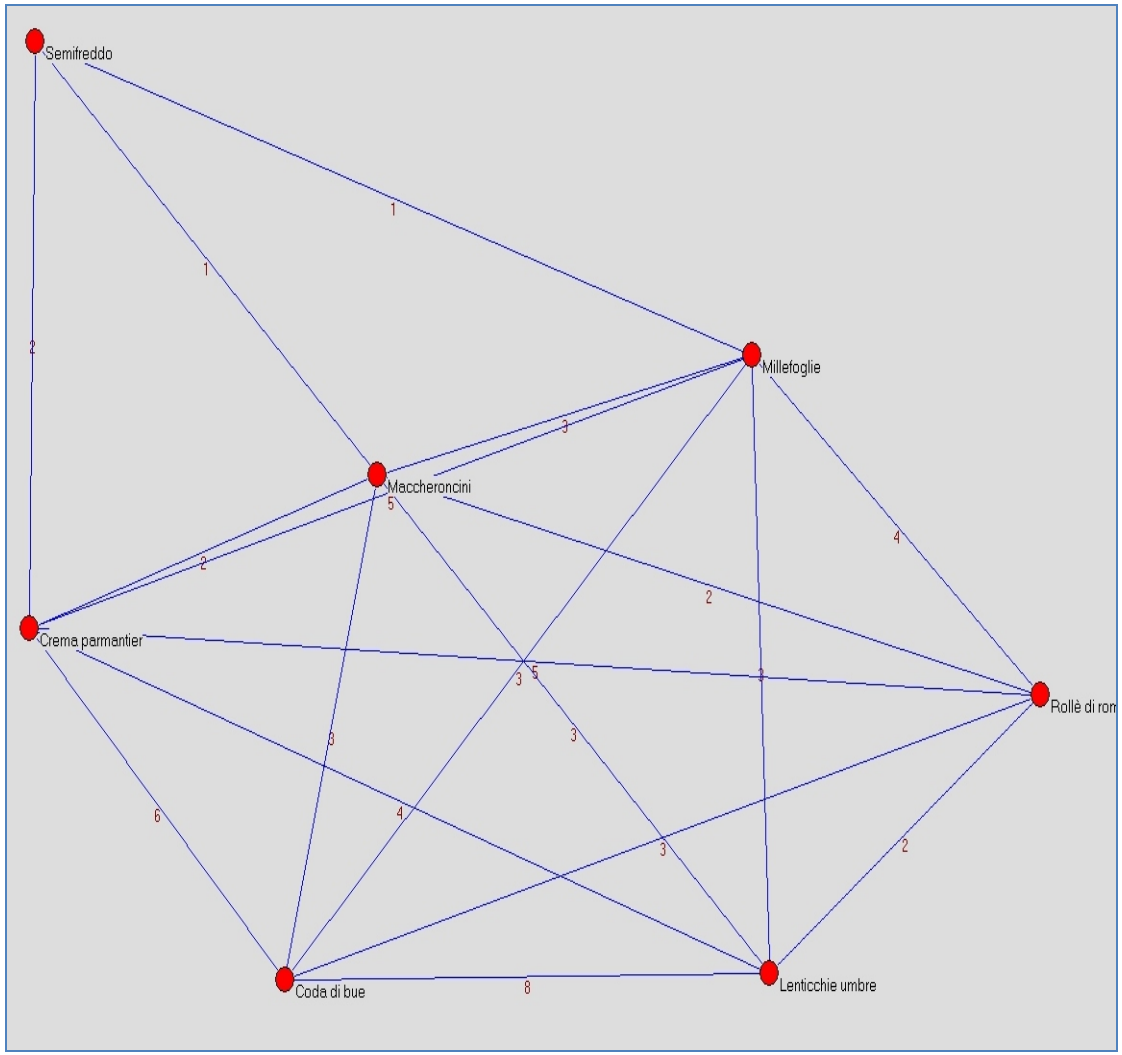

Figura 13 Rete Ricette

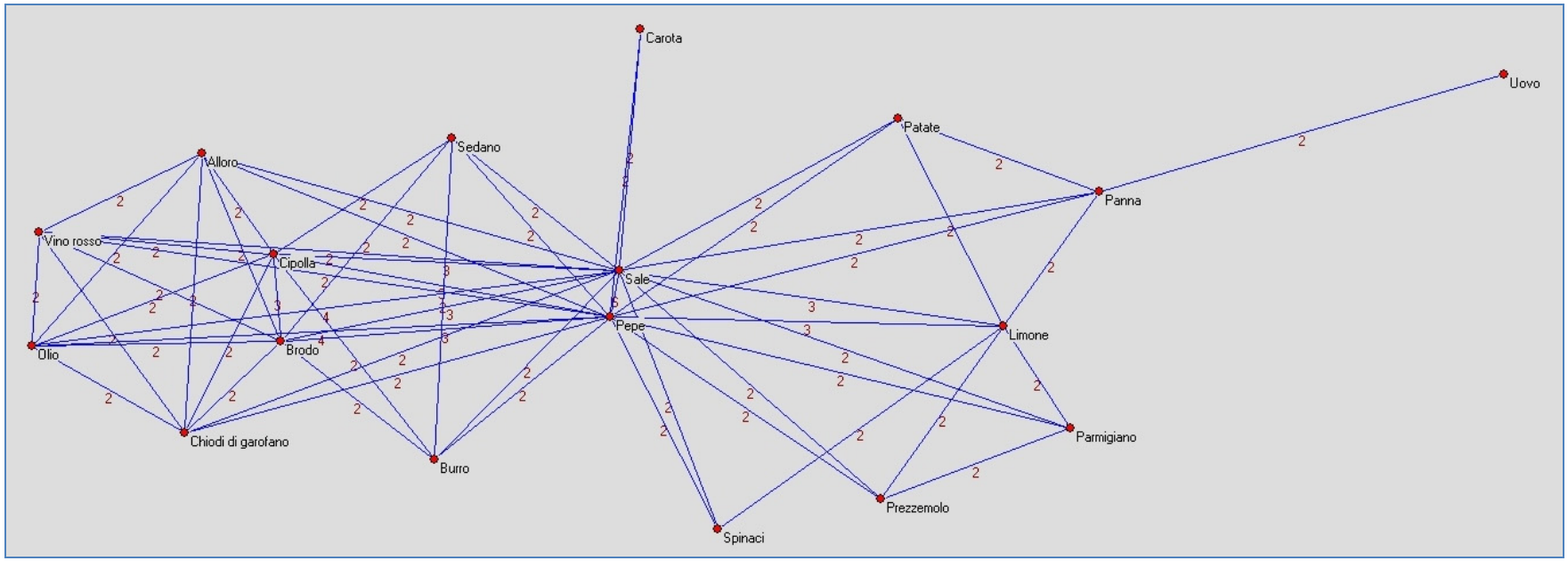

Figura 14 Rete Ingredienti

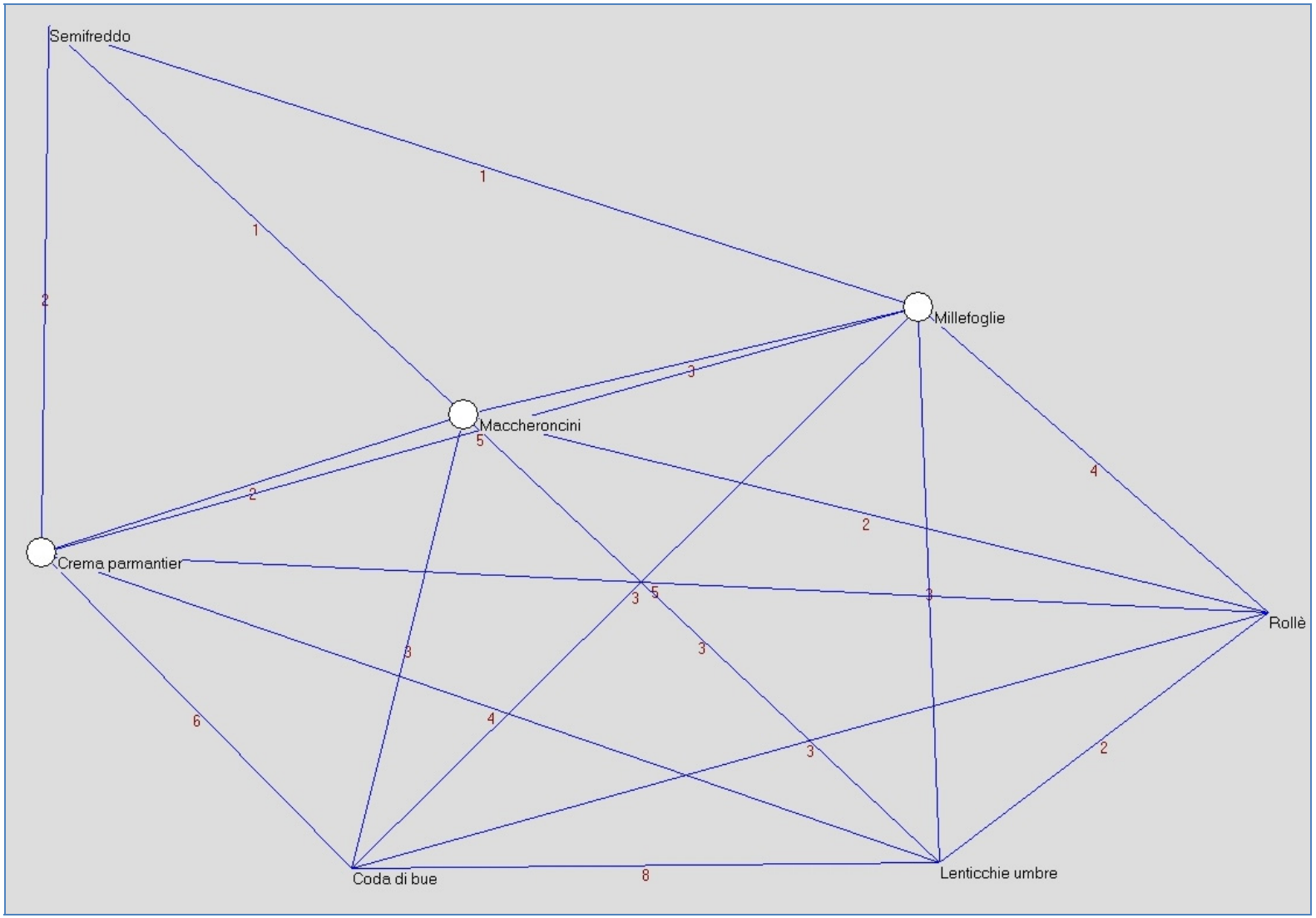

Figura 15 Betweenness rete Ricette

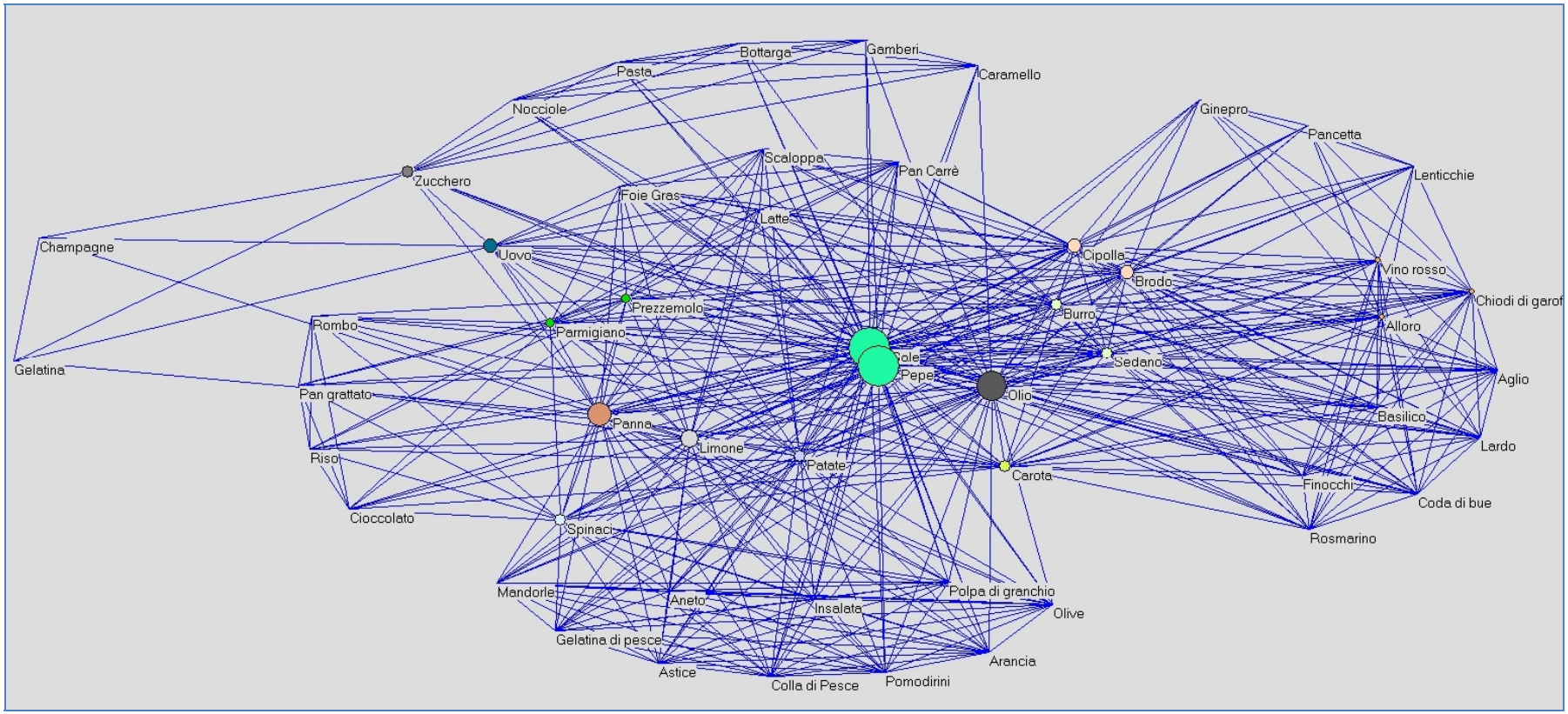

Figura 17 Betweenness rete Ingredienti

Sommario

Con il presente articolo s'intende mostrare i risultati delle *network analysis* condotte da quattro gruppi di studenti di Ingegneria Industriale del corso di Metodi Matematici per le Applicazioni Industriali della LIUC-Università Cattaneo di Castellanza. In particolare, s'intende presentare gli ambiti d'interesse indagati dai gruppi di studenti, come tali ambiti sono stati precedentemente trattati in letteratura, a quali domande poste dagli studenti si è dato risposta attraverso la *network analysis* e quali misure legate alla teoria delle reti complesse sono state applicate. In ultimo, con il presente articolo s'intende mostrare come alcune delle *network analysis* condotte hanno permesso agli studenti coadiuvati dagli autori di elaborare indicazioni a livello manageriale circa l'ambito studiato.

Abstract

The present paper aims at presenting the results obtained by four work groups made of Engineering students of the Mathematical Methods for Industrial Application class at LIUC-Università Cattaneo in Castellanza. In particular, the present paper shows the areas of interest of the work groups, whose analyses have focused on, and how Literature has previously addressed them. In addition, the present paper describes the research questions proposed by the groups and which measures of the complex networks theory are used to respond them. Last, the present paper points out the managerial implications recommended by the work groups, advised by the authors, due to the network analysis.

Biographical sketch

Dr. Fernanda Strozzi

Fernanda Strozzi was graduated in Mathematics at the University of Pavia, and received her PhD in Chemical Engineering from the University of Twente in the Netherlands in 1997. She is a research fellow at the Cattaneo University-LIUC where she is teaching Management and Simulation of Discrete Systems and Mathematical Methods for Industrial Applications. Her main research interests include the theory of nonlinear systems, time series analysis, control and stability of dynamical systems, bullwhip effect, complex networks theory and recently she has started to work on sustainability of supply chain and bibliographic networks. On these issues she is the author of about 100 publications in collaboration with national and foreign research centres. She was work package leader in two European projects, one on the safety of chemical reactors (AWARD, FP5 2002-2005) and another on the theory of complex networks applied to manmade networks such as power grids and supply chains (MANMADE,FP6, 2007-2009). She is reviewer for several scientific journals, between them: International Journal of Production Economics, International Journal of Production Research, Decision Support System, Physica A, T-ASE: Transaction on Automation Science and Engineering, International Journal of Systems Science.

Dr. Rossella Pozzi

Rossella Pozzi graduated in Industrial Engineering at Cattaneo University-LIUC, and she is currently enrolled in the PhD program at LIUC. Her main research interests include operations management, linear programming, discrete event simulation, industrial application of lean manufacturing and she has recently she has started to work on complex network theory. On these issues she is author of publications on international journals. She is reviewer for International Journal of Production Research and European Journal of Engineering Education.